



1. DATOS BÁSICOS DEL TFG:

Título: Extensiones de isometrías entre subconjuntos de determinados espacios de Banach

Descripción general (resumen y metodología):

El Teorema de Mazur-Ulam afirma que toda isometría sobreyectiva entre espacios normados reales es una transformación afín. Este resultado, establecido en 1932, tiene un gran número de aplicaciones en materias ya estudiadas en el grado en Matemáticas. Es probable que los alumnos tengan alguna referencia previa a este resultado. En 1972, P. Mankiewicz demostró que toda aplicación que lleve isométricamente un abierto conexo de un espacio normado real X sobre un abierto de otro espacio normado real Y admite una extensión a una isometría (afín) y sobreyectiva de X en Y . Este resultado afirma que no es necesario tener una isometría sobreyectiva entre la totalidad de los espacios X e Y para identificar estos espacios normados mediante una transformación afín, es suficiente con una identificación isométrica de las respectivas bolas unidad cerradas.

Una de las variantes más recientes del Teorema de Mazur-Ulam se debe a un resultado obtenido por D. Tingley en 1987. Supongamos que SX representa la esfera unidad de un espacio normado X . El conocido como Problema de Tingley pregunta cuando una isometría sobreyectiva $F: SX \rightarrow SY$ puede ser extendida a una isometría lineal real de X en Y .

El objetivo de este TFG es permitir que el alumno se familiarice con algunas de las respuestas positivas que el problema de Tingley admite para ciertos espacios de Banach clásicos.

Tipología: Estudio de casos, teóricos o prácticos, relacionados con la temática del Grado.

Objetivos planteados:

- Teorema de Mazur-Ulam.
- Problema de Tingley para espacios de Hilbert.
- Problema de Tingley para espacios de sucesiones.
- Problema de Tingley para álgebras de funciones continuas.
- Problema de Tingley para espacios de funciones medibles.

Bibliografía básica:

- John B. Conway, A Course in Functional Analysis, 2nd Edition, Springer-Verlag, 1990.
- Joram Lindenstrauss, Lior Tzafriri, Classical Banach spaces I and II, Springer-Verlag, Berlin-New York, 1979.
- D. Tan, Extension of isometries on unit sphere of L^∞ , Taiwanese J. Math. **15**, 819-827 (2011).
- D. Tan, Extension of isometries on the unit sphere of L_p -spaces, Acta. Math. Sin. (Engl. Ser.) **28**, 1197-1208 (2012).
- D. Tingley, Isometries of the unit sphere, Geom. Dedicata, **22**, 371-378 (1987).
- R.S. Wang, Isometries between the unit spheres of $C_0(\Omega)$ type spaces, Acta Math. Sci. (English Ed.) **14**, no. 1, 82-89 (1994).
- X. Yang, X. Zhao, On the extension problems of isometric and nonexpansive mappings. In: Mathematics without boundaries. Edited by Themistocles M. Rassias and Panos M. Pardalos. 725-748, Springer, New York, 2014.

Recomendaciones y orientaciones para el estudiante:

Materias del grado relacionadas con el trabajo: Cálculo I y II, Análisis Matemático I y II, Topología I, Análisis Funcional.

Nivel de dificultad estimado (bajo, medio, alto o gradual según objetivos): Gradual y adaptable por objetivos. Nivel medio y alto.

Plazas: 1

2. DATOS DEL TUTOR/A:

Nombre y apellidos: ANTONIO MIGUEL PERALTA PEREIRA

Ámbito de conocimiento/Departamento: ANÁLISIS MATEMÁTICO

Correo electrónico: aperalta@ugr.es

3. COTUTOR/A DE LA UGR (en su caso):

Nombre y apellidos:

Ámbito de conocimiento/Departamento:

Correo electrónico:

4. COTUTOR/A EXTERNO/A (en su caso):

Nombre y apellidos:

Correo electrónico:

Nombre de la empresa o institución:

Dirección postal:

Puesto del tutor en la empresa o institución:

5. DATOS DEL ESTUDIANTE:

Nombre y apellidos:

Correo electrónico: