UNIVERSIDAD DE GRANADA

FACULTAD DE CIENCIAS

Propuesta TFG. Curso 2024/2025

GRADO: Grado en Matemáticas

CÓDIGO DEL TFG: 270-085-2024/2025

1. DATOS BÁSICOS DEL TFG:

Título: Teorema de Banach-Stone y su relación con las aplicaciones que preservan ortogonalidad en espacios de funciones.

Descripción general (resumen y metodología):

El espacio C(K), de las funciones complejo-valuadas sobre un espacio topológico compacto y Hausdorff K, equipado con la norma del supremo, es uno de los ejemplos clásicos de espacios de funciones estudiados en diversas áreas del Análisis Matemático y aparecen en los orígenes mismos del Análisis Funcional.

El objetivo de esta propuesta es la revisión del Teorema de Banach-Stone y su descripción de las isometrías (lineales) sobreyectivas entre espacios de funciones C(K). Este resultado forma parte de las primeras contribuciones dentro del Análisis Funcional, la Teoría Espectral de Operadores y la Teoría de las C*-álgebras, y ha motivado multitud de aplicaciones en diversas ramas del Análisis Funcional.

Una de las múltiples aplicaciones del Teorema de Banach-Stone, permite asegurar que las isometrías lineales sobreyectivas entre espacios C(K) verifican una propiedad de naturaleza algebraico-topológica: preservan funciones con soportes disjuntos, es decir, si dos funciones tiene producto cero sus imágenes verifican la misma propiedad. Sin embargo la clase de los operadores lineales continuos entre espacios C(K) que preservan funciones con soportes disjuntos es estrictamente más amplia que la clase de las isometrías lineales sobreyectivas entre dichos espacios. El siguiente objetivo es la descripción de los operadores lineales y continuos que preservan funciones con producto cero como una extensión del Teorema de Banach-Stone.

En el ambiente de los espacios C(K), las isometrías sobreyectivas permiten dar ejemplos y describir las proyecciones contractivas y bi-contractivas sobre este tipo de espacios. Concretamente, si T es una isometría sobre C(K) con T2 =Id, entonces el operador P=½ (Id + T) es una proyección bi-contractiva (es decir, ||P||= || Id-P || =1). El estudio de las proyecciones contractivas y bi-contractivas sobre espacios C(K), con la finalidad de demostrar que estos espacios pertenecen a la clase de los espacios de Banach X donde toda proyección bicontractiva sobre X es de la forma P=½ (Id + T) para una cierta isometría T: C(K) → C(K) con T2 =Id será el último de los objetivos del TFG, en caso de poder ser abordado.

Tipología: Estudio de casos, teóricos o prácticos, relacionados con la temática del Grado.

Objetivos planteados:

- Teoremas de Mazur-Ulam y Banach-Stone
- Descripción de los operadores operadores lineales y continuos que preservan funciones con producto cero entre espacios C(K).
- Operadores lineales lineales y continuos que preservan funciones con producto cero entre espacios de funciones continuas sobre espacios localmente compactos Hausdorff .

Bibliografía básica:

- J.B. Conway, A Course in Functional Analysis, 2nd Edition, Springer-Verlag, 1990.

- Y. Friedman, B. Russo, Contractive projections on C0(K), Trans. Amer. Math. Soc. **273** (1982), no. 1, 57–73.
- Y. Friedman, B. Russo, Conditional expectation and bicontractive projections on Jordan C*-algebras and their generalizations, Math. Z. **194** (1987), no. 2, 227–236.
- K. Jarosz, Automatic continuity of separating linear isomorhisms. Can. Math. Bull. 33, No. 2, 139-144 (1990).
- J. Lindenstrauss, L. Tzafriri, Classical Banach spaces I and II, Springer-Verlag, Berlin-New York, 1979.
- Marshall H. Stone, Applications of the theory of boolean rings to General Topology, Trans. Amer. Math. Soc., **41** (1937), 375 – 481.
- W. Rudin, Real and complex analysis. Third edition. McGraw-Hill Book Co., New York, 1987.

Recomendaciones y orientaciones para el estudiante:

Materias del grado relacionadas con el trabajo: Cálculo I y II, Análisis Matemático I y II, Topología I, Análisis Funcional.
Nivel de dificultad estimado (bajo, medio, alto o gradual según objetivos): Gradual y adaptable por objetivos, niveles entre medio y alto.

Plazas: 1

2. DATOS DEL TUTOR/A:

Nombre y apellidos: ANTONIO MIGUEL PERALTA PEREIRA

Ámbito de conocimiento/Departamento: ANÁLISIS MATEMÁTICO

Correo electrónico: aperalta@ugr.es

3. COTUTOR/A DE LA UGR (en su caso):

Nombre y apellidos:

Ámbito de conocimiento/Departamento:

Correo electrónico:

4. COTUTOR/A EXTERNO/A (en su caso):

Nombre y apellidos:

Correo electrónico:

Nombre de la empresa o institución:

Dirección postal:

Puesto del tutor en la empresa o institución:

5. DATOS DEL ESTUDIANTE:

Nombre y apellidos:

Correo electrónico: