



## 1. DATOS BÁSICOS DEL TFG:

**Título:** Curvatura y completitud de superficies en  $R^3$

**Descripción general** (resumen y metodología):

En este trabajo el alumno comenzará estudiando el concepto de superficie completa de  $R^3$  y su conexión con la existencia de curvas entre dos puntos que minimizan la distancia dentro de la superficie, esto es, probará el teorema de Hopf y Rinow.

Posteriormente, se centrará en el estudio de la primera y segunda variación de la longitud del arco, y se probará el teorema de Bonnet, es decir, se obtendrá como consecuencia que toda superficie completa con curvatura acotada por abajo por una constante positiva ha de ser compacta y su diámetro puede ser estimado por dicha constante.

Se estudiarán variaciones por geodésicas y sus campos de Jacobi asociados. Se definirán los puntos conjugados y se probará que la aplicación exponencial de una superficie completa con curvatura no positiva es un difeomorfismo local.

Una vez llegado a este punto se estudiará el concepto topológico de aplicación recubridora y algunas de sus propiedades para demostrar dos teoremas de Hadamard. Esto es, se probará que toda superficie completa, simplemente conexa, con curvatura no positiva es difeomorfa a un plano y que la aplicación de Gauss de un ovoide es un difeomorfismo global sobre la esfera unidad.

Finalmente se probará el teorema de Pogorelov que afirma que toda superficie llana completa de  $R^3$  ha de ser un cilindro generalizado.

A lo largo de la realización de la memoria el alumno tendrá reuniones periódicas con el tutor para indicarle qué conceptos y resultados debe ir estudiando, qué documentos de la bibliografía debe usar para ello y explicarle algunos detalles preliminares necesarios para su comprensión. Una vez hecho el estudio de cada una de las partes el alumno aprovechará estas reuniones periódicas para preguntar las dudas que haya ido acumulando en su estudio.

Para afianzar la comprensión de cada parte del trabajo, el alumno irá redactando todo lo estudiado y pasará las notas al tutor para que éste las corrija y haga las aclaraciones que estime oportunas a la luz de lo expuesto en dicha redacción.

Cuando el estudio haya finalizado el alumno entregará una memoria final al tutor para su corrección y le hará una exposición de lo aprendido a través de todo el trabajo.

**Tipología:** Estudio de casos, teóricos o prácticos, relacionados con la temática del Grado.

**Objetivos planteados:**

Los principales objetivos de este trabajo son:

- Estudiar y manejar con soltura los conceptos de completitud métrica y completitud geodésica en superficies. Entender cómo resultados locales junto con la hipótesis de completitud dan lugar a resultados de carácter global.
- Introducirse en algunas técnicas de demostración de carácter global.
- Estudio de resultados globales importantes sobre superficies con alguna hipótesis sobre su curvatura.

**Bibliografía básica:**

- M.P. DO CARMO: Geometría diferencial de curvas y superficies. Alianza Universidad Textos, 135. Alianza Editorial, Madrid, 1992.
- S. MONTIEL y A. ROS: Curvas y Superficies. Proyecto Sur de Ediciones, Granada, 1997.

- L. A. CORDERO, M. FERNÁNDEZ y A. GRAY: Geometría diferencial de curvas y superficies (con Mathematica). Addison-Wesley iberoamericana, Wilmington, 1995.

**Recomendaciones y orientaciones para el estudiante:**

**Plazas:** 1

**2. DATOS DEL TUTOR/A:**

**Nombre y apellidos:** JOSÉ ANTONIO GÁLVEZ LÓPEZ

**Ámbito de conocimiento/Departamento:** GEOMETRÍA Y TOPOLOGÍA

**Correo electrónico:** jagalvez@ugr.es

**3. COTUTOR/A DE LA UGR (en su caso):**

**Nombre y apellidos:**

**Ámbito de conocimiento/Departamento:**

**Correo electrónico:**

**4. COTUTOR/A EXTERNO/A (en su caso):**

**Nombre y apellidos:**

**Correo electrónico:**

**Nombre de la empresa o institución:**

**Dirección postal:**

**Puesto del tutor en la empresa o institución:**

**5. DATOS DEL ESTUDIANTE:**

**Nombre y apellidos:**

**Correo electrónico:**