



1. DATOS BÁSICOS DEL TFG:

Título: Espacios de Sobolev y aplicaciones a EDPs

Descripción general (resumen y metodología):

Descripción y resumen de contenidos:

En este TFG se estudiará en detenimiento los espacios de Sobolev, que han sido introducidos en algunas asignaturas del Grado sin entrar en profundidad. El trabajo tratará sobre los siguientes contenidos:

1. Preliminares. Formulación débil de problemas de contorno.
2. Derivada débil. Definición de espacios de Sobolev. Ejemplos.
3. Operadores de prolongación. Teoremas de densidad.
4. Espacios de Sobolev que se anulan en la frontera del dominio. Desigualdad de Poincaré.
5. Desigualdades de Sobolev.
6. Convergencia débil en espacios de Sobolev. Teorema de Rellich-Kondrachov.
7. Aplicaciones

Metodología

El TFG pretende una presentación exhaustiva de los espacios de Sobolev. Estos son espacios funcionales de gran utilidad para la investigación en Ecuaciones en Derivadas Parciales.

En primer lugar se observará la utilidad de la formulación débil de los problemas de contorno, y se motivará de ese modo la aparición de los espacios de Sobolev. Haremos énfasis en el estudio de varios ejemplos que nos permitan entender mejor lo que significa pertenecer a un espacio de Sobolev.

Mediante el uso de mollifiers, se obtendrán resultados de densidad. Se definirán también los operadores de prolongación que nos permiten pasar a espacios en todo el espacio Euclídeo.

Puesto que las funciones de Sobolev están definidas en casi todo punto, en principio no tiene sentido restringirlas a una hiper-superficie, como la frontera del dominio. Sin embargo, se puede definir el espacio de funciones de Sobolev que se anulan en la frontera mediante densidad. Para estas funciones se demostrará la desigualdad de Poincaré.

La desigualdad de Sobolev tiene un papel central en este TFG. Se motivará dicha desigualdad con el estudio de las singularidades de las funciones de Sobolev, y a continuación se dará una demostración.

Llegados a este punto conviene recordar el concepto de convergencia débil en espacios de Banach, para a continuación estudiar sus implicaciones en el ambiente de espacios de Sobolev. En este ambiente se estudiará el Teorema de Rellich-Kondrachov.

Por último, se considerará un problema no lineal de contorno, y se aplicarán los conocimientos adquiridos para demostrar la existencia de una solución como mínimo del funcional de acción asociado. Para ello se usará el método directo del Cálculo de Variaciones.

Tipología: Estudio de casos, teóricos o prácticos, relacionados con la temática del Grado.

Objetivos planteados:

Objetivos

1. Familiarizarse con los espacios de Sobolev y la formulación débil de problemas de contorno.
2. Estudiar y conocer la demostración de las desigualdades de Sobolev y Gagliardo-Nirenberg.

3. Reflexionar sobre el concepto general de convergencia débil en espacios de Banach, y en concreto en espacios de Sobolev.
4. Aplicar los conocimientos adquiridos para la resolución de problemas no lineales.

Bibliografía básica:

Bibliografía:

1. H. Brezis, Functional Analysis, Sobolev Spaces and PDEs, Springer, 2011.
2. E. Lieb and M. Loss, Analysis, Graduate texts in Mathematics, AMS, 2020.

Recomendaciones y orientaciones para el estudiante:

Plazas: 1

2. DATOS DEL TUTOR/A:

Nombre y apellidos: DAVID RUIZ AGUILAR

Ámbito de conocimiento/Departamento: ANÁLISIS MATEMÁTICO

Correo electrónico: daruiz@ugr.es

3. COTUTOR/A DE LA UGR (en su caso):

Nombre y apellidos:

Ámbito de conocimiento/Departamento:

Correo electrónico:

4. COTUTOR/A EXTERNO/A (en su caso):

Nombre y apellidos:

Correo electrónico:

Nombre de la empresa o institución:

Dirección postal:

Puesto del tutor en la empresa o institución:

5. DATOS DEL ESTUDIANTE:

Nombre y apellidos:

Correo electrónico: