UNIVERSIDAD DE GRANADA | FACULTAD DE CIENCIAS

Propuesta TFG. Curso 2024/2025

GRADO: Grado en Matemáticas

CÓDIGO DEL TFG: 270-041-2024/2025

1. DATOS BÁSICOS DEL TFG:

Título: El Teorema de Hilbert

Descripción general (resumen y metodología):

Es bien conocido por los estudiantes de grado que las métricas completas de curvatura constante positiva y cero pueden realizarse como superficies del espacio euclídeo tridimensional. Pero ¿es esto posible para curvatura constante negativa? La respuesta es negativa, como pone de manifiesto el Teorema de Hilbert. Se estudiarán las parametrizaciones por líneas asintóticas y las redes de Techbyshef, como herramientas esenciales para demostrar este resultado clásico. Para este estudio seguiremos el capítulo 5-11 del libro de Do Carmo [1]. También veremos que existen modelos no completos con curvatura -1 (la pseudoesfera), y modelos globales abstractos (el plano hiperbólico); para esto seguiremos el enfoque de [2].

Tipología: Estudio de casos, teóricos o prácticos, relacionados con la temática del Grado.

Objetivos planteados:

Estudiar el concepto de área de una superficie Riemanniana abstracta, y probar que si la superficie es completa con K=-1 entonces el área es infinita.
Estudiar parametrizaciones especiales en superficies de R^3, en particular las redes de Tchebyshef, y caracterizar las expresión de la primera forma fundamental y de la curvatura de Gauss K en éstas.
Relacionar la condición K=-1 con la existencia de parametrizaciones locales por líneas asintóticas.
Probar que para este tipo de parametrizaciones, el área de cada cuadrilátero formado por curvas coordenadas es menor que 2pi.
Analizar la existencia de parametrizaciones globales por redes de Tchebyshef para una inmersión completa con K=-1 en R^3, y probar el Teorema de Hilbert.
Describir la pseudoesfera como inmersión no completa con K=-1 en R^3, y el plano hiperbólico como superficie completa abstracta con K=-1.
Discutir sobre generalizaciones del Teorema de Hilbert (Efimov, Blanusa), sin demostración.

Bibliografía básica:

[1] M. do Carmo, Differential Geometry of Curves and Surfaces, Prentice Hall, Englewood Cliffs, 1976.
[2] A. Treibergs, The Hyperbolic Plane and its Immersions into R^3, 2003. https://www.math.utah.edu/~treiberg/Hilbert/Hilber.pdf

Recomendaciones y orientaciones para el estudiante:

Haber superado la asignatura “Curvas y Superficies”

Plazas: 1

2. DATOS DEL TUTOR/A:

Nombre y apellidos: JOAQUÍN PÉREZ MUÑOZ

Ámbito de conocimiento/Departamento: GEOMETRÍA Y TOPOLOGÍA

Correo electrónico: jperez@ugr.es

3. COTUTOR/A DE LA UGR (en su caso):

Nombre y apellidos:

Ámbito de conocimiento/Departamento:

Correo electrónico:

4. COTUTOR/A EXTERNO/A (en su caso):

Nombre y apellidos:

Correo electrónico:

Nombre de la empresa o institución:

Dirección postal:

Puesto del tutor en la empresa o institución:

Centro de convenio Externo:

5. DATOS DEL ESTUDIANTE:

Nombre y apellidos:

Correo electrónico: