



## 1. DATOS BÁSICOS DEL TFG:

**Título:** Superficies mínimas y resultados de clasificación

**Descripción general** (resumen y metodología):

El objetivo de esta propuesta es que el estudiante tome contacto con la teoría de superficies mínimas en el espacio euclídeo tridimensional. Definiremos las superficies mínimas como aquellas con curvatura media idénticamente nula. Seguidamente estudiaremos algunas propiedades elementales, como su invarianza respecto de isometrías y dilataciones del espacio euclídeo. A continuación, mostraremos la relación que existe entre superficies mínimas y superficies que minimizan el área. El núcleo de la propuesta es la caracterización de tres superficies mínimas fundamentales: el plano, la catenoide y el helicoide. Para ello probaremos los siguientes resultados:

- La catenoide es la única superficie de revolución mínima cerrada y no llana (teorema de Lagrange).
- El helicoide es la única superficie reglada mínima cerrada y no llana (teorema de Catalan).
- El plano es el único grafo mínimo entero (teorema de Bernstein).

La demostración del teorema de Bernstein estará basada en un resultado de ecuaciones en derivadas parciales debido a Jörgens, en el que se clasifican las soluciones de la ecuación del hessiano uno definidas sobre todo el plano. Si el tiempo lo permite se analizará también otra prueba del teorema de Bernstein basada en herramientas variacionales.

Seguiremos la siguiente metodología:

1. Los resultados teóricos se conseguirán mediante la consulta de la bibliografía proporcionada y el asesoramiento del tutor.
2. La parte teórica vendrá complementada con una parte práctica en la que se plantearán al alumno ejercicios y cuestiones relacionadas con los contenidos teóricos.
3. La memoria resultante se redactará en un editor de LaTeX.

**Tipología:** Trabajos bibliográficos sobre el estado actual de una temática relacionada con el Grado.

**Objetivos planteados:**

1. Introducción histórica.
2. Definiciones, ejemplos y propiedades básicas de las superficies mínimas.
3. Relación entre superficies mínimas y mínimos del área.
4. Superficies mínimas de revolución y teorema de Lagrange.
5. Superficies mínimas regladas y teorema de Catalan.
6. Grafos mínimos y teorema de Bernstein.

**Bibliografía básica:**

- M. P. doCarmo. "Geometría diferencial de curvas y superficies", Alianza Editorial, Madrid, 1990.
- L. A. Cordero, M. Fernández y A. Gray, "Geometría diferencial de curvas y superficies con Mathematica", Addison-Wesley Iberoamericana, Wilmington, 1995.
- U. Dierkes, S. Hildebrandt y A. J. Tromba, "Global analysis of minimal surfaces", A series of comprehensive studies in mathematics, vol. 341, Springer-Verlag, Berlín, 2010.
- F. Martín y J. Pérez, "Superficies minimales y de curvatura media constante en  $\mathbb{R}^3$ ", apuntes curso de doctorado.
- S. Montiel y A. Ros, "Curves and surfaces", Graduate texts in mathematics, vol. 69, AMS- RSME, 2005.

K. Sung-Eun, "An elementary proof of Catalan theorem", Journal for History of Mathematics, vol. 34 (2021), no. 3, 113–115.

**Recomendaciones y orientaciones para el estudiante:**

Las materias del grado relacionadas con la propuesta son "Curvas y superficies", "Análisis Matemático I", "Ecuaciones Diferenciales I y II" y "Variable Compleja I".

**Plazas:** 1

**2. DATOS DEL TUTOR/A:**

**Nombre y apellidos:** MANUEL CÉSAR ROSALES LOMBARDO

**Ámbito de conocimiento/Departamento:** GEOMETRÍA Y TOPOLOGÍA

**Correo electrónico:** crosales@ugr.es

**3. COTUTOR/A DE LA UGR (en su caso):**

**Nombre y apellidos:**

**Ámbito de conocimiento/Departamento:**

**Correo electrónico:**

**4. COTUTOR/A EXTERNO/A (en su caso):**

**Nombre y apellidos:**

**Correo electrónico:**

**Nombre de la empresa o institución:**

**Dirección postal:**

**Puesto del tutor en la empresa o institución:**

**Centro de convenio Externo:**

**5. DATOS DEL ESTUDIANTE:**

**Nombre y apellidos:** ANTONIO SANCHEZ PADILLA

**Correo electrónico:** antoniosnchez@correo.ugr.es