



1. DATOS BÁSICOS DEL TFG:

Título: Ampliación de Teoría de la Medida e Integral de Lebesgue

Descripción general (resumen y metodología):

Con este trabajo se pretende ampliar los conocimientos impartidos en el grado (en particular en la asignatura de Análisis Matemático II) sobre integración de Lebesgue y Teoría de la Medida. Se centrará en dos resultados de especial relevancia en dicho área de las matemáticas: - Presentar la (sugerente) paradoja de Banach-Tarski, y - Demostrar el Teorema de Radon-Nikodym. Para ello será necesario en primer lugar recordar conceptos básicos en teoría de la medida: sigma-álgebra, espacio medible, medidas, espacios de medida y medidas sigma-finitas, medidas positivas, medida de Lebesgue en \mathbb{R}^N , existencia de conjuntos no medibles (como el de Vitali), funciones medibles, integral asociada a una medida, teoremas de convergencia. Con este arsenal en marcha presentaremos la paradoja de Banach-Tarski haciendo énfasis en el uso del axioma de elección y en los conjuntos en los que se parte la esfera y por qué no son medibles. Para ello serán necesarios algunos resultados previos que se presentarán en profundidad y con sus correspondientes demostraciones. Se introducirán conceptos como los de palabra y sílaba, notación que ayuda a presentar esta conocida paradoja de Banach-Tarski. Por otro lado, gracias a la elaboración de la Teoría de la Medida vista en el grado, procederemos a elaborar la parte de la teoría que nos llevará a demostrar el teorema de descomposición de Lebesgue que tiene por corolario el Teorema de Radon-Nikodym. Para cerrar el TFG se extraerán consecuencias de todo lo expuesto y se incluirá una reflexión final sobre lo aprendido durante el TFG.

Tipología: Estudio de casos, teóricos o prácticos, relacionados con la temática del Grado.

Objetivos planteados:

Dos resultados de especial relevancia en Teoría de la Medida: - Presentar la (sugerente) paradoja de Banach-Tarski, y - Demostrar el Teorema de Radon-Nikodym.

Bibliografía básica:

BERBERIAN, S.K.: Fundamentals of Real Analysis. Springer, 1998. FERNÁNDEZ, J.A. Y SÁNCHEZ, E.: Ejercicios y complementos de Análisis Matemático II. Tecnos, 1986. GUZMAN, M. y RUBIO, B.: Integración: teoría y técnicas. Alhambra, 1979. LUKEŠ, J. Y MALÝ, J.: Measure and integral. Matfyzpress, Praga, 1995. MARSDEN, J.E. Y HOFFMAN; M.J.: Análisis clásico elemental. Addison-Wesley, 1998. RUDIN, W: Real and Complex Analysis. McGraw-Hill Book Company, New York, 1966. WHEEDEN R. L., ZYGMUND A., Measure and Integral. An Introduction to Real Analysis. CRC Press, 2015.

Recomendaciones y orientaciones para el estudiante:

Plazas: 1

2. DATOS DEL TUTOR/A:

Nombre y apellidos: JOSÉ LUIS GÁMEZ RUIZ

Ámbito de conocimiento/Departamento: ANÁLISIS MATEMÁTICO

Correo electrónico: jlgamez@ugr.es

3. COTUTOR/A DE LA UGR (en su caso):

Nombre y apellidos:

Ámbito de conocimiento/Departamento:

Correo electrónico:

4. COTUTOR/A EXTERNO/A (en su caso):

Nombre y apellidos:

Correo electrónico:

Nombre de la empresa o institución:

Dirección postal:

Puesto del tutor en la empresa o institución:

5. DATOS DEL ESTUDIANTE:

Nombre y apellidos: ALVARO RUIZ URBANO

Correo electrónico: alvaroruiz0502@correo.ugr.es