



1. DATOS BÁSICOS DEL TFG:

Título: El teorema de aproximación de Weierstrass

Descripción general (resumen y metodología):

El célebre teorema de aproximación de Weierstrass establece que toda función continua en un intervalo compacto puede ser aproximada uniformemente en dicho intervalo por funciones polinómicas. La importancia de este resultado, publicado en 1885, fue reconocida inmediatamente y una multitud de ilustres matemáticos han aportado desde entonces sus propias demostraciones con el concurso de técnicas muy variadas. Uno de los propósitos de este trabajo es analizar algunas demostraciones significativas de este teorema. Además, el teorema de Weierstrass ha tenido una enorme influencia en el desarrollo de la teoría de la aproximación. Otro de los propósitos de este trabajo es considerar varios resultados famosos que proporcionan diferentes perspectivas, ideas y generalizaciones del teorema de Weierstrass: el teorema de Müntz-Szász y el teorema de Stone-Weierstrass. El teorema de Müntz-Szász estudia, para cada sucesión de números complejos con parte real positiva, la posibilidad de aproximar uniformemente cualquier función continua en el intervalo $[0,1]$ por combinaciones lineales de monomios de la forma x^n . Por otra parte, el teorema de Stone-Weierstrass establece que, para cualquier espacio compacto K , toda subálgebra de $C(K)$ que contenga las funciones constantes, que separe los puntos de K y que sea cerrada con respecto a la conjugación de funciones es necesariamente densa en $C(K)$. Este resultado representa uno de los primeros y más sorprendentes ejemplos del éxito del enfoque algebraico del análisis.

Metodología.

1. Actualizar los conocimientos adquiridos en las materias del grado relacionadas con el trabajo. Subsanan las eventuales deficiencias.
2. Examinar los textos citados en la bibliografía. Profundizar en aquellos aspectos que sean relevantes para el trabajo. Buscar otras fuentes bibliográficas significativas, si fuere pertinente.
3. Estudiar los temas indicados en el resumen de contenidos.
4. Para cada uno de los teoremas indicados en los objetivos, se examinarán distintas demostraciones y se seleccionarán aquellas que se presentarán de manera exhaustiva en el trabajo y las que presentarán de manera meramente divulgativa, si las hubiere.

Tipología: Estudio de casos, teóricos o prácticos, relacionados con la temática del Grado.

Objetivos planteados:

1. Teorema de aproximación de Weierstrass.
2. Teorema de Müntz-Szász.
3. Teorema de Stone-Weierstrass.

Bibliografía básica:

1. J. M. Almira, Müntz Type Theorems I, *Surv. Approx. Theory* 3 (2007), 152-194.
2. J. B. Conway, *A course in functional analysis*. Graduate texts in mathematics, Springer, 1985.
3. G. J. O. Jameson, *Topology and normed spaces*. Chapman and Hall, 1974.
4. A. Pinkus, Weierstrass and approximation theory, *J. Approx. Theory* 107 (2000), 1-66.

5. R. Remmert, Classical topics in complex function theory. Springer, 1998.
6. W. Rudin, Real and complex analysis. McGraw-Hill, 1970.
7. K. R. Stromberg, Introduction to classical real analysis. Wadsworth International Group, 1981.

Recomendaciones y orientaciones para el estudiante:

Plazas: 1

2. DATOS DEL TUTOR/A:

Nombre y apellidos: ARMANDO REYES VILLENA MUÑOZ

Ámbito de conocimiento/Departamento: ANÁLISIS MATEMÁTICO

Correo electrónico: avillena@ugr.es

3. COTUTOR/A DE LA UGR (en su caso):

Nombre y apellidos:

Ámbito de conocimiento/Departamento:

Correo electrónico:

4. COTUTOR/A EXTERNO/A (en su caso):

Nombre y apellidos:

Correo electrónico:

Nombre de la empresa o institución:

Dirección postal:

Puesto del tutor en la empresa o institución:

5. DATOS DEL ESTUDIANTE:

Nombre y apellidos: GABRIEL PADILLA HARO

Correo electrónico: gabiuni@correo.ugr.es