UNIVERSIDAD DE GRANADA

FACULTAD DE CIENCIAS

Propuesta TFG. Curso 2025/2026

GRADO: Grado en Matemáticas

CÓDIGO DEL TFG: 270-076-2025/2026

1. DATOS BÁSICOS DEL TFG:

Título: Modelización estocástica de fenómenos de crecimiento

Descripción general (resumen y metodología):

El crecimiento es una importante característica en muchos campos de aplicación. El estudio de este fenómeno se asoció originariamente con la evolución de poblaciones animales, si bien actualmente se considera en múltiples contextos como Economía, Biología, Ecología, Ciencias Medioambientales,...

Por este motivo se han realizado múltiples esfuerzos conducentes a la obtención de modelos que permitan describir este tipo de comportamientos.

No obstante, muchos de esos modelos son determinísticos, los cuales plantean algunas restricciones. En particular, el problema que se plantea a la hora de utilizar dichos modelos para modelizar cualquier fenómeno, y en particular el crecimiento, es la complejidad propia del fenómeno, implicando la necesidad de la especificación detallada de múltiples factores que no siempre son conocidos o cuantificables. Este inconveniente se puede evitar mediante la utilización de modelos estocásticos entre los que destacan los procesos de difusión, gran parte de los cuales están asociados a modelos deterministicos en el sentido de surgir al introducir, en la ecuación diferencial que genera la curva de crecimiento, una fluctuación aleatoria dando paso a una ecuación diferencial estocástica cuya solución, bajo condiciones bastante generales, es un proceso de difusión. En ese sentido, en los últimos años ha habido un gran auge en el establecimiento de procesos de difusión que permitan estudiar de forma dinámica diversos tipos de patrones de crecimiento.

Así, y en el contexto de curvas de crecimiento surge plantearse introducir procesos de difusión que permitan modelar patrones de crecimiento de dicho tipo y cuyas características sean perfectamente conocidas, de tal forma que sea factible su empleo en el campo de las aplicaciones. No obstante, antes de llegar a ese extremo es necesario plasmar formalmente las principales características del proceso, desde su formulación (lo cual puede hacerse desde distintos puntos de vista y para lo que es necesario conocer muy bien los aspectos analíticos de la curva) hasta la obtención de su distribución y principales propiedades probabilísticas. En este sentido el proceso lognormal no homogéneo puede ser empleado como base para la construcción de diversos procesos asociados a curvas de crecimiento.

En este trabajo proponemos al alumno analizar las posibilidades que este tipo de procesos tienen para la modelización de fenómenos concretos. Para ello se planteará el caso general del proceso lognormal no homogéneo y se particularizará a procesos concretos. Asimismo, se abordarán distintas estrategias para la estimación de los parámetros de los modelos.

Tipología: Estudio de casos, teóricos o prácticos, relacionados con la temática del Grado.

Objetivos planteados:

- Conocer diferentes modelos determinísticos asociados a curvas de crecimiento así como mecanismos para transformarlos en modelos basados en procesos de difusión transformados del lognormal mediante la inclusión de factores exógenos.
- Analizar las propiedades probabilísticas de los modelos de difusión construidos.
- Conocer los principales fundamentos de la inferencia en procesos de difusión y saber aplicarlos a los modelos considerados.
- Aplicar los resultados a obtenidos a ejemplos reales o simulados.

Bibliografía básica:

- Albano, G.; Giorno, V.; Román-Román, P.; Román-Román, S.; Torres-Ruiz, F. (2015). Estimating and determining the effect of a therapy on tumor dynamics by means of a modified Gompertz diffusion process. Journal of Theoretical Biology, 364, 206-219.
- Albano,G.; Giorno, V.; Román-Román, P.; Torres-Ruiz, P. (2022). Study of a general growth model. Communications in Nonlinear Science and Numerical Simulation, 106100.
- Albano, G.; Barrera, A.; Giorno, V.; Román-Román, P.; Torres-Ruiz, F. (2023). First Passage and First Exit Times for diffusion processes related to a general growth curve. Communications in Nonlinear Science and Numerical Simulation, 126, 107494
- Albano, G.; Barrera, A.; Giorno, V.; Torres-Ruiz, F. (2025). Inference on diffusion processes related to a general growth model. Statistics and Computing, 35:52.
- Arnold, L. (1973). Stochastic Differential Equations. Wiley.
- Barrera-García, A.J., Román-Román, P. y Torres-Ruiz, F. (2018). A hyperbolastic type-I diffusion process: Parameter estimation by means of the firefly algorithm. BioSystems, 163, 11-22.
- Barrera, A.; De la Peña Cuao, A.; Serrano-Pérez, J.J.; Torres-Ruiz, F. (2025). Estimating the Consumer Price Index using the lognormal diffusion process with exogenous factors: The Colombian case. AIMS Mathematics, 10(2), 3334-3380.
- Calin, O. (2021). An informal introduction to Stochastic Calculus with Applications. 2ª ed. World Scientific.
- Da Luz Sant'Ana, I., Román-Román, P. y Torres-Ruiz, F. (2018). The Hubbert diffusion process: estimation via simulated annealing and variable neighborhood search procedures. Application to forecasting peak oil production. Applied Stochastic Models in Business and Industry, 34, 376-394.
- Di Crescenzo, A., Paraggio y Torres-Ruiz, F. (2024). A Bertalanffy–Richards growth model perturbed by a time-dependent pattern, statistical analysis and applications. Communications in Nonlinear Science and Numerical Simulation, 139, 108258.
- Di Crescenzo, A.; Musto, S.; Paraggio, P.; Torres-Ruiz, F. (2025). Special lognormal diffusion processes with binomial random catastrophes and applications to economic data. Applied Mathematical Modelling, 145, 116146.
- Román Román, P., Romero Molina, D. y Torres Ruiz, F. (2010). A diffusion process to model generalized von Bertalanffy growth patterns: Fitting to real data. Journal of Theoretical Biology, 263(1), 59-69.
- Román-Román, P. y Torres-Ruiz, F. (2012). Modelling logistic growth by a new diffusion process: application to biologycal systems. BioSystems, 110, 8-21.
- Román-Román, P. y Torres-Ruiz, F. (2015). The nonhomogeneous lognormal diffusion process as a general process to model particular types of growth patterns. Lecture Notes of Seminario Interdisciplinare di Matematica. Vol 12, 201-219.
- Román-Román, P. y Torres-Ruiz, F. (2018). Some notes about inference for the lognormal diffusion process with exogenous factors. Mathematics, 6(5), 85.

Recomendaciones y orientaciones para el estudiante:

Plazas: 1

2. DATOS DEL TUTOR/A:

Nombre y apellidos: FRANCISCO DE ASÍS TORRES RUIZ

Ámbito de conocimiento/Departamento: ESTADÍSTICA E INVESTIGACIÓN OPERATIVA

Correo electrónico: fdeasis@ugr.es

3. COTUTOR/A DE LA UGR (en su caso):

Nombre y apellidos:

Ámbito de conocimiento/Departamento:

Correo electrónico:

4. COTUTOR/A EXTERNO/A (en su caso):

Nombre y apellidos:

Correo electrónico:

Nombre de la empresa o institución:

Dirección postal:

Puesto del tutor en la empresa o institución:

Centro de convenio Externo:

5. DATOS DEL ESTUDIANTE:

Nombre y apellidos: Lucía Martín del Paso

Correo electrónico: luciamartin12@correo.ugr.es