



## 1. DATOS BÁSICOS DEL TFG:

**Título:** La ecuación de Liouville

**Descripción general** (resumen y metodología):

Este TFG trata sobre una ecuación en derivadas parciales no lineal clásica, la llamada ecuación de Liouville. Para motivar la ecuación el alumno deberá en primer lugar familiarizarse con las métricas conformes del plano y su curvatura. El caso de curvatura constante da lugar a la ecuación de Liouville.

A continuación se expondrá el resultado clásico de Liouville de clasificación de soluciones, que usa técnicas de variable compleja.

Por último, nos planteamos clasificar las soluciones que tienen área total finita. Hay distintas demostraciones del resultado, que serán expuestas por el estudiante. Algunas usan más técnicas de variable compleja, y otras usan más técnicas de Ecuaciones en Derivadas Parciales.

El trabajo terminará enunciando los resultados recientes del artículo [Eremenko-Guili-Xu] sobre soluciones acotadas.

Se trata de un TFG que combina conocimientos de geometría, variable compleja y ecuaciones en derivadas parciales y permite asomarnos a investigación actuales sobre el tema.

**Tipología:** Estudio de casos, teóricos o prácticos, relacionados con la temática del Grado.

**Objetivos planteados:**

- 1) Trabajar con métricas conformes en el plano. En concreto, se considerarán las métricas pull-back de la proyección estereográfica sobre la esfera y la métrica de la representación del espacio hiperbólico mediante el disco de Poincaré.
- 2) Usar técnicas de variable compleja para resolver la ecuación de Liouville.
- 3) Usar variadas técnicas (variable compleja, Ecuaciones en Derivadas Parciales) para clasificar las soluciones de área finita.
- 4) Exponer un resultado de investigación reciente.

**Bibliografía básica:**

- 1) Geometría diferencial de curvas y superficies, M. P. Do Carmo, Alianza Universidad Textos.
- 2) Solitons in field theory and Nonlinear Analysis, Springer Monographs in Mathematics.
- 3) W. Chen and C. Li, Classification of solutions of some nonlinear elliptic equations, Duke Math. J.63(1991), no.3, 615-622.

4) K. S. Chou and T. Wan, Asymptotic radial symmetry for solutions of  $u + \epsilon u = 0$  in a punctured disc, Pacific J. Math.163(1994), no.2, 269-276.

5) F. Hang and X. Wang, A new approach to some nonlinear geometric equations in dimension two, Calc. Var. Partial Differential Equations 26 (2006), no.1, 119-135.

6) A. Eremenko, C. Gui, Q. Li and L. Xu, Rigidity results on Liouville equation, preprint, arXiv:2207.05587

**Recomendaciones y orientaciones para el estudiante:**

Se recomienda haber cursado las asignaturas de Análisis Vectorial y cursar la asignatura de Ecuaciones en Derivadas Parciales.

**Plazas:** 1

**2. DATOS DEL TUTOR/A:**

**Nombre y apellidos:** DAVID RUIZ AGUILAR

**Ámbito de conocimiento/Departamento:** ANÁLISIS MATEMÁTICO

**Correo electrónico:** daruiz@ugr.es

**3. COTUTOR/A DE LA UGR (en su caso):**

**Nombre y apellidos:**

**Ámbito de conocimiento/Departamento:**

**Correo electrónico:**

**4. COTUTOR/A EXTERNO/A (en su caso):**

**Nombre y apellidos:**

**Correo electrónico:**

**Nombre de la empresa o institución:**

**Dirección postal:**

**Puesto del tutor en la empresa o institución:**

**Centro de convenio Externo:**

**5. DATOS DEL ESTUDIANTE:**

**Nombre y apellidos:**

**Correo electrónico:**