



UNIVERSIDAD
DE GRANADA



FACULTAD
DE CIENCIAS

Propuesta TFG. Curso 2025/2026

GRADO: Doble Grado en Física y
Matemáticas

CÓDIGO DEL TFG: 295-005-2025/2026

1. DATOS BÁSICOS DEL TFG:

Título: El fibrado de Hopf y sus aplicaciones en física

Descripción general (resumen y metodología):

El fibrado de Hopf es uno de los ejemplos elementales más importantes de fibrado no trivial [1], con conexiones con la teoría de homotopía, el plano complejo, los cuaterniones, y los fibrados principales. Aparece en múltiples ocasiones en física [2], incluyendo sistemas desde un simple oscilador armónico bi-dimensional, hasta teorías de campos, en las que juega un papel en la estructura de defectos topológicos como el monopolo de Dirac [3] o los solitones denominados Hopfions [4]. En este trabajo, se estudiará la teoría de fibrados en general, se introducirá el fibrado de Hopf, se describirán sus propiedades, y se analizarán algunas de sus aplicaciones en física.

En cuanto a la metodología, se utilizarán materiales como libros, notas de cursos avanzadas, artículos de investigación y de revisión para el estudio de la temática del trabajo. En particular, para la teoría de fibrados y la definición del fibrado de Hopf, se seguirán libros de texto estándar sobre topología algebraica avanzada; y para las aplicaciones en física, se emplearán tanto notas como artículos científicos.

Tipología: Estudio de casos, teóricos o prácticos, relacionados con la temática del Grado.

Objetivos planteados:

- Estudiar las definiciones y resultados más importantes sobre fibraciones y fibrados.
- Entender el fibrado de Hopf y sus propiedades más relevantes.
- Estudiar sus aplicaciones en la descripción de diversos sistemas físicos.

Bibliografía básica:

[1] A. Hatcher, Algebraic topology. Cambridge: Cambridge University Press. ISBN: 0-521-79160-X; 0-521-79540-0.

[2] H.K. Urbantke, The Hopf fibration—seven times in physics, Journal of Geometry and Physics, Volume 46, Issue 2, 2003, Pages 125-150, ISSN 0393-0440, [https://doi.org/10.1016/S0393-0440\(02\)00121-3](https://doi.org/10.1016/S0393-0440(02)00121-3).

[3] E. J. Weinberg, Classical solutions in quantum field theory: Solitons and Instantons in High Energy Physics, Cambridge University Press, 2012, ISBN 978-0-521-11463-9, 978-1-139-57461-7, 978-0-521-11463-9, 978-1-107-43805-7 doi:10.1017/CBO9781139017787.

[4] L. D. Faddeev and A. J. Niemi, Knots and particles, Nature 387 (1997), 58 doi:10.1038/387058a0 [arXiv:hep-th/9610193 [hep-th]].

Recomendaciones y orientaciones para el estudiante:

Plazas: 1

2. DATOS DEL TUTOR/A:

Nombre y apellidos: JUAN CARLOS CRIADO ÁLAMO

Ámbito de conocimiento/Departamento: FÍSICA TEÓRICA

Correo electrónico: jccriadoalamo@ugr.es

3. COTUTOR/A DE LA UGR (en su caso):

Nombre y apellidos:

Ámbito de conocimiento/Departamento:

Correo electrónico:

4. COTUTOR/A EXTERNO/A (en su caso):

Nombre y apellidos:

Correo electrónico:

Nombre de la empresa o institución:

Dirección postal:

Puesto del tutor en la empresa o institución:

Centro de convenio Externo:

5. DATOS DEL ESTUDIANTE:

Nombre y apellidos:

Correo electrónico: