



Propuesta TFG. Curso 2025/2026

GRADO: Doble Grado en Física y

Matemáticas

CÓDIGO DEL TFG: 295-027-2025/2026

1. DATOS BÁSICOS DEL TFG:

Título: Teoría de Kato: Aplicaciones en Mecánica Cuántica no relativista

Descripción general (resumen y metodología):

La teoría de perturbaciones tiene su origen en los trabajos de Lord Rayleigh sobre acústica al final del siglo XIX, y posteriormente en el desarrollo de la teoría cuántica por E. Schrödinger alrededor de 1920. Es por ello, que originalmente el desarrollo perturbativo se denomina serie de Rayleigh-Schrödinger. Sin embargo, los fundamentos matemáticos de esta teoría fueron establecidos por Rellich alrededor de 1940, y más adelante, por Tosio Kato, en su artículo de 1951.

Esta teoría es esencialmente independiente de las otras formulaciones establecidas por Rayleigh y Schrödinger. Rayleigh dio una fórmula para calcular las frecuencias y modos naturales de un sistema vibrante que se desvía ligeramente de un sistema más simple que sí admite una determinación completa de las frecuencias y modos. Desde el punto de vista matemático, el método equivale a una solución aproximada del problema de los valores propios para un operador lineal, ligeramente diferente de un operador más simple para el que el problema está completamente resuelto. Schrödinger desarrolló un método similar, más general y sistematizado, para el problema de los valores propios de un operador lineal.

Todas estas formulaciones se basan en la idea de estudiar un sistema que se desvía ligeramente de un sistema ideal simple para el que se conoce la solución completa del problema en cuestión, pero los problemas que tratan y las herramientas que utilizan son bastante diferentes.

En este trabajo se pretende dar una visión general de la teoría matemática desarrollada por Kato, es decir, de la teoría de perturbaciones para operadores lineales. Además, se aplicará a determinados

problemas de interés en Mecánica Cuántica no relativista, como el oscilador anarmónico y el efecto Zeeman, el efecto Stark, sistemas de dos electrones, dobles pozos, etc.

Tipología: Estudio de casos, teóricos o prácticos, relacionados con la temática del Grado.

Objetivos planteados:

- Fundamentación matemática de la teoría de perturbaciones para operadores lineales.
- 2. Estudio del caso analítico.
- 3. Estudio del desarrollo asintótico. Análisis de la convergencia.
- 4. Aplicación a problemas de interés en Mecánica Cuántica.

Bibliografía básica:

- [1] T. Kato, On the convergence of the perturbation method. I. Prog. Theor. Phys. Vol. 4 (1949) 514.
- [2] T. Kato, On the adiabatic theorem of Quantum Mechanics. Journ. Phys. Soci. Japan Vol. 5 (1950) 435.
- [3] M. Reed and B. Simon, Methods of Modern Mathematical Physics. Academic Press 1978.
- [4] T. Kato, Perturbation Theory for Linear Operators. Springer 1995.
- [5] B. Simon, Fifty years of Eigenvalue Perturbation Theory. Bulletin of the American Mathematical Society 24 (1991) 303.
- [6] B. Simon, Tosio Kato's work on non-relativistic quantum mechanics: part 1. Bull. Math. Sci. Vol. 8 (2018) 121.

[7] B. Simon, Tosio Kato's work on non-relativistic quantum mechanics: part 2. Bull. Math. Sci. Vol. 9 (2019) 1950005.

[8] A. Galindo and P. Pascual, Quantum Mechanics II. Springer-Verlag 1989.

Recomendaciones y orientaciones para el estudiante:

Plazas: 1

2. DATOS DEL TUTOR/A:

Nombre y apellidos: MARTA ANGUIANO MILLÁN

Ámbito de conocimiento/Departamento: FÍSICA ATÓMICA, MOLECULAR Y NUCLEAR

Correo electrónico: mangui@ugr.es

3. COTUTOR/A DE LA UGR (en su caso):

Nombre y apellidos: MIGUEL MARTÍN SUÁREZ

Ámbito de conocimiento/Departamento: ANÁLISIS MATEMÁTICO

Correo electrónico: mmartins@ugr.es

4. COTUTOR/A EXTERNO/A (en su caso):

Nombre y apellidos:

Correo electrónico:

Nombre de la empresa o institución:

Dirección postal:

Puesto del tutor en la empresa o institución:

Centro de convenio Externo:

5. <u>DATOS DEL ESTUDIANTE</u>:

Nombre y apellidos: JUAN MONTARAZ GOMEZ

Correo electrónico: montarazjuan@correo.ugr.es