



1. DATOS BÁSICOS DEL TFG:

Título: La correspondencia de Dold-Kan

Descripción general (resumen y metodología):

RESUMEN: El objetivo de este trabajo es presentar una demostración detallada del Teorema de Dold-Kan. Este teorema establece una equivalencia entre las categorías de grupos abelianos simpliciales y la categoría de complejos de cadenas positivos.

Comenzaremos introduciéndonos en el lenguaje simplicial: Comenzaremos así con la noción de objeto simplicial en una categoría centrándonos después en el casos de conjuntos simpliciales (cuya importancia fundamental reside en que proporciona un modelo puramente algebraico para la teoría de homotopía de los CW-complejos, aunque no probaremos este hecho en este trabajo) y de grupos simpliciales.

Seguidamente nos ocuparemos de hacer un breve repaso de complejos de cadena, complejos de cadena positivos, grupos de homología y homotopía de cadenas.

Estaremos ya en condiciones de poder abordar el teorema que da título al trabajo. Asociaremos a todo grupo abeliano simplicial dos complejos de cadenas, a saber, su complejo de Moore y su complejo normalizado, que demostraremos que son homotópicamente equivalentes. Además estas construcciones definen funtores N,M :sAB @ CC desde la categoría de grupos abelianos simpliciales a la de complejos de cadena de grupos abelianos. La equivalencia de Dold-Kan puede establecerse usando cualquiera de esto dos funtores. Nosotros optaremos por la mas clásica y consideraremos el funtor complejo de Moore para demostrar la equivalencia. Para ello construiremos el que será funtor cuasi-inverso al funtor complejo de Moore, G:CC @sAB y demostraremos la existencia de isomorfismos naturales F:GN @ 1sAB y Y:1CC @ NG. Nos ocuparemos finalmente de aplicar este teorema en la construcción de espacios de Eilenberg-MacLane.

En forma de apéndice expondremos los conceptos y resultados básicos de teoría de categorías que necesitaremos en este trabajo.

METODOLOGÍA:

- Búsqueda de la bibliografía recomendada.
• Estudio de los resultados y conceptos preliminares sobre teoría de categorías y álgebra simplicial necesarios.
• Estudio tutorizado de los resultados a desarrollar.
• Verificación de los objetivos propuestos.
• Edición del trabajo realizado para su presentación

Tipología: Estudio de casos, teóricos o prácticos, relacionados con la temática del Grado.

Objetivos planteados:

Table with 2 columns: Objective, and an empty column. Row 1: Objetivos matemáticos planteados. Row 2: Conjuntos simpliciales. Objetos simpliciales en categorías; Homología. Row 3: Complejos de cadena de grupos abelianos. Homología y homotopía

**Bibliografía básica:**

- [1] Curtis, E.B. Simplicial homotopy theory. Advances in Mathematics 6 (1971), 107-209.
- [2] Dold, A. Homology of symmetric products and other functors of Complexes. Annals of Mathematics 68 (1), second series, (1958), 54-80.
- [3] Goerss P. and Jardine, J.F. Simplicial Homotopy Theory. Birkhauser, (1999).
- [4] Kan, D. Functors involving C.S.S. complexes. Transactions of the American Mathematical Society, 87(2), (1958), 330-346
- [5] Leinster, T. Basic Category Theory. Cambridge Studies in advanced mathematics. Cambridge University Press (2014).
- [5] May, J.P. Simplicial objects in algebraic topology. Van Nostrand (1976).
- [6] Weibel, C.A. An introduction to homological algebra. Cambridge University Press (1994).

**Recomendaciones y orientaciones para el estudiante:**

**Plazas:** 1

**2. DATOS DEL TUTOR/A:**

**Nombre y apellidos:** MARÍA DEL PILAR CARRASCO CARRASCO

**Ámbito de conocimiento/Departamento:** ÁLGEBRA

**Correo electrónico:** mcarrasc@ugr.es

**3. COTUTOR/A DE LA UGR (en su caso):**

**Nombre y apellidos:**

**Ámbito de conocimiento/Departamento:**

**Correo electrónico:**

**4. COTUTOR/A EXTERNO/A (en su caso):**

**Nombre y apellidos:**

**Correo electrónico:**

**Nombre de la empresa o institución:**

**Dirección postal:**

**Puesto del tutor en la empresa o institución:**

**Centro de convenio Externo:**

**5. DATOS DEL ESTUDIANTE:**

**Nombre y apellidos:**

**Correo electrónico:**