



1. DATOS BÁSICOS DEL TFG:

Título: Análisis topológico de datos

Descripción general (resumen y metodología):

Este Trabajo Fin de Grado se centra en la comprensión de técnicas de topología algebraica, especialmente homología simplicial y homología persistente, que permiten dotar de estructura topológica a conjuntos arbitrarios de puntos obtenidos generalmente a través de observaciones. El objetivo principal es aplicar estas técnicas a situaciones concretas, proporcionando herramientas útiles para analizar datos en contextos donde los modelos basados en primeros principios no están del todo claros o resultan demasiado complejos.

Este tipo de problemas es habitual en numerosas disciplinas científicas. Por ejemplo, en física clásica, astrofísica o física cuántica, donde el análisis de datos experimentales requiere enfoques que integren información geométrica y topológica. También destacan las aplicaciones biomédicas, donde los avances en imagen médica y en técnicas de señalización de proteínas han permitido generar grandes volúmenes de datos detallados. En particular, datos sobre angiogénesis (formación de vasos sanguíneos) y sobre la distribución espacio-temporal de células, proteínas y citoquinas en procesos como la dinámica tumoral son cada vez más accesibles y precisos.

El objetivo en estos contextos es doble: por un lado, extraer información topológica relevante de estas bases de datos y, por otro, construir modelos físico-matemáticos basados en ecuaciones diferenciales que no solo repliquen los patrones observados, sino que además permitan predecir consecuencias biomédicas significativas, como la evolución de un tumor o la respuesta a una terapia.

Otro ámbito de aplicación actual de estas técnicas es la simplificación de modelos no lineales complejos, como ocurre en las ecuaciones de la mecánica de fluidos (por ejemplo, las ecuaciones de Navier-Stokes). En estos casos, la dificultad del análisis matemático riguroso hace que el uso de datos experimentales o simulaciones numéricas, junto con herramientas topológicas, sea clave para comprender propiedades globales del sistema.

La metodología consistirá en:

- El estudio detallado de la literatura científica relevante en topología aplicada y modelado matemático.
- La comprensión y aplicación de técnicas como la construcción de complejos de Čech, Vietoris-Rips o Witness, así como la interpretación de diagramas de persistencia.
- El análisis de uno o más casos concretos, tanto teóricos como prácticos, con datos reales o simulados.
- La implementación computacional, si procede, de herramientas para el cálculo de invariantes topológicos.
- La formulación, cuando sea posible, de modelos físico-matemáticos asociados.

Tipología: Estudio de casos, teóricos o prácticos, relacionados con la temática del Grado.

Objetivos planteados:

- Comprender las técnicas fundamentales empleadas en el análisis topológico de datos (Topological Data Analysis, TDA).

- Aplicar dichas técnicas al estudio de problemas reales o simulados provenientes de la física, las ciencias de materiales o las ciencias biomédicas.
- Redactar un informe final que contenga los fundamentos matemáticos y computacionales necesarios, así como una discusión sobre la relevancia de la estructura topológica obtenida y su interpretación física.
- Exponer el trabajo de forma clara, rigurosa y accesible, con un enfoque orientado a la comunicación interdisciplinar entre matemáticos, físicos, ingenieros y biólogos.

Bibliografía básica:

1. Carlsson, Gunnar, Topology and data. Bull. Amer. Math. Soc. (N.S.) 46 (2009), no. 2, 255–308.
2. Edelsbrunner, Herbert; Harer, John L., Computational topology. An introduction. American Mathematical Society, Providence, RI, 2010.
3. Hatcher, Allen, Algebraic topology. Cambridge University Press, Cambridge, 2002.
4. Byrne, H Harrington, H Ovchinnikov, A Pogudin, G Rahkooy, H Soto, P, Algebraic identifiability of partial differential equation models, Nonlinearity volume 38 issue 2 (30 Jan 2025)
5. McDonald, R Byrne, H Harrington, H Thorne, T Stolz, B, Topological model selection: a case-study in tumour-induced angiogenesis (21 Apr 2025)
6. Stolz, B Dhesi, J Bull, J Harrington, H Byrne, H Yoon, I. Relational Persistent Homology for Multispecies Data with Application to the Tumor Microenvironment, Bulletin of Mathematical Biology volume 86 issue 11 128 (17 Sep 2024)

Recomendaciones y orientaciones para el estudiante:

Plazas: 1

2. DATOS DEL TUTOR/A:

Nombre y apellidos: MANUEL MARÍA RITORE CORTÉS

Ámbito de conocimiento/Departamento: GEOMETRÍA Y TOPOLOGÍA

Correo electrónico: ritore@ugr.es

3. COTUTOR/A DE LA UGR (en su caso):

Nombre y apellidos: JUAN SEGUNDO SOLER VIZCAINO

Ámbito de conocimiento/Departamento: MATEMÁTICA APLICADA

Correo electrónico: jsoler@ugr.es

4. COTUTOR/A EXTERNO/A (en su caso):

Nombre y apellidos:

Correo electrónico:

Nombre de la empresa o institución:

Dirección postal:

Puesto del tutor en la empresa o institución:

Centro de convenio Externo:

5. DATOS DEL ESTUDIANTE:

Nombre y apellidos: ALEJANDRA FERNANDEZ PUERTA

Correo electrónico: aleferpue@correo.ugr.es