



## 1. DATOS BÁSICOS DEL TFG:

**Título:** Poliedros: Un estudio de propiedades geométricas y combinatorias.

**Descripción general** (resumen y metodología):

Este trabajo explora diversas propiedades geométricas y combinatorias de los poliedros, con un enfoque principal en los teoremas de rigidez, clasificación de los sólidos arquimedianos, y problemas de coloreado y equidescomposibilidad. Comenzaremos con una revisión teórica del teorema de rigidez de Cauchy, que establece condiciones bajo las cuales un poliedro convexo es rígido, es decir, no puede deformarse sin cambiar la longitud de sus aristas.

A continuación, se abordará la clasificación de los sólidos arquimedianos, incluyendo su definición, propiedades, y diferencias con los sólidos platónicos. Posteriormente, se estudiarán diferentes resultados sobre el coloreado de las caras de los poliedros, incluyendo cotas superiores de colores requeridos, condiciones necesarias para colorear con dos o tres colores, y su relación con la estructura del grafo dual del poliedro.

Finalmente, se analizará el tercer problema de Hilbert, que muestra que no es posible disecar un tetraedro en un número finito de piezas que puedan recomponerse en un cubo. Este resultado se relacionará con el caso bidimensional, donde sí es posible disecar figuras planas con igual área.

La metodología incluirá el estudio teórico de los conceptos, demostraciones matemáticas rigurosas así como el análisis de ejemplos concretos para la ilustración de poliedros y sus coloraciones.

**Tipología:** Estudio de casos, teóricos o prácticos, relacionados con la temática del Grado.

**Objetivos planteados:**

1. Comprender y demostrar el teorema de rigidez de Cauchy y su aplicación a poliedros convexos.
2. Estudiar y clasificar los sólidos arquimedianos, identificando sus propiedades geométricas.
3. Investigar el coloreado de poliedros, incluyendo:
  - Límite superior de colores necesarios para colorear correctamente cualquier poliedro.
  - Condiciones específicas para el coloreado con 2, 3 o 4 colores.
  - Análisis de demostraciones relacionadas con el teorema de los 4 colores aplicado a poliedros.
4. Analizar el tercer problema de Hilbert, comprendiendo por qué un tetraedro no puede ser equidescompuesto en un cubo, y contrastarlo con el caso plano.

**Bibliografía básica:**

- Robin Hartshorne, Geometry: Euclid and Beyond. Springer New York, 2000.
- Satyan L. Devadoss, Joseph O'Rourke, Discrete and computational Geometry. Princeton University Press, 2011.
- Peter R. Cromwell, Polyhedra. Cambridge University Press, Cambridge, 1997, xiv+451.
- V. G. Boltyanskii, Figuras equivalentes y equicompuestas. Limusa Wiley, 1973.
- A. R. Rajwade, Convex polyhedra with regularity conditions and Hilbert's third problem. Hindustan Book Agency, New Delhi, 2001, viii+120.

**Recomendaciones y orientaciones para el estudiante:**

Este trabajo es ideal para estudiantes con un interés en geometría, topología y combinatoria. Se recomienda tener conocimientos sólidos en:

- Geometría euclidiana y geometría de poliedros.
- Teoría de grafos básica (especialmente grafos planares y coloreado).

Materias del grado relacionadas con el trabajo: Geometría II, Geometría III, Topología I, Taller de Geometría y Topología, Álgebra II.

Se sugiere comenzar el trabajo realizando una revisión bibliográfica amplia, incluyendo textos clásicos de geometría y artículos de divulgación matemática sobre el problema de Hilbert y el coloreado de mapas, para tener una comprensión sólida del contexto histórico y matemático.

**Plazas:** 1

## **2. DATOS DEL TUTOR/A:**

**Nombre y apellidos:** FRANCISCO TORRALBO TORRALBO

**Ámbito de conocimiento/Departamento:** GEOMETRÍA Y TOPOLOGÍA

**Correo electrónico:** ftorralbo@ugr.es

## **3. COTUTOR/A DE LA UGR (en su caso):**

**Nombre y apellidos:**

**Ámbito de conocimiento/Departamento:**

**Correo electrónico:**

## **4. COTUTOR/A EXTERNO/A (en su caso):**

**Nombre y apellidos:**

**Correo electrónico:**

**Nombre de la empresa o institución:**

**Dirección postal:**

**Puesto del tutor en la empresa o institución:**

**Centro de convenio Externo:**

## **5. DATOS DEL ESTUDIANTE:**

**Nombre y apellidos:** Pedro Antonio Figueras Pérez-Cacho

**Correo electrónico:** pedroafpc@correo.ugr.es