



Propuesta TFG. Curso 2025/2026

GRADO: Doble Grado en Física y

Matemáticas

**CÓDIGO DEL TFG:** 295-007-2025/2026

### 1. DATOS BÁSICOS DEL TFG:

Título: El teorema de Bell y el teorema espectral para operadores entre espacios de Hilbert

Descripción general (resumen y metodología):

#### Resumen

El teorema de desigualdades de Bell tiene una gran importancia histórica en el desarrollo de la Física, ya que permitió resolver la paradoja de Einstein-Podolsky-Rossen (EPR) de manera verificable empíricamente. El teorema de Bell delimita las condiciones necesarias que una teoría de variables ocultas locales debe verificar. La violación experimental de dichas condiciones demuestra que la propuesta de EPR de una teoría que verifique la localidad y el realismo no reproduce todas las predicciones que la Mecánica Cuántica realiza con éxito. El teorema de Bell se ha formulado principalmente para operadores autoadjuntos acotados, como el espín, pero también para operadores autoadjuntos no acotados, como los operadores momento y posición, mediante el uso de la transformada de Wigner. En dicho estudio se emplea el teorema espectral de operadores entre espacios de Hilbert, clave en el desarrollo de tanto de dichas desigualdades como en el resto de la Mecánica Cuántica.

### Metodología:

- 1. Repaso de los conocimientos adquiridos en las materias de los grados relacionadas con la Mecánica Cuántica y con el Análisis Funcional.
- 2. Estudio individual y asimilación de demostraciones sencillas de resultados clásicos. El estudio será guiado por los tutores.
- 3. Elaboración de una memoria sobre el trabajo realizado.

**Tipología:** Estudio de casos, teóricos o prácticos, relacionados con la temática del Grado.

#### Objetivos planteados:

- 1. Estudio de las propiedades elementales de los operadores adjunto, proyecciones y espectro. Compacidad.
- 2. Teorema espectral para operadores compactos normales.
- 3. Introducción de los operadores no acotados y teorema espectral para operadores autoadjuntos no acotados.
- 4. Introducción a la transformada de Wigner.
- 5. Estudio de las desigualdades de Bell para operadores momento y posición mediante la transformada de Wigner.

### Bibliografía básica:

- 1. John B. Conway (1985). A Course in Functional Analysis. Bloomington: Springer-Verlag.
- 2. C. Cheverry, N. Raymond (2021). A Guide to Spectral Theory. Birkhäuser.
- 3. B -G Englert (1989) J.Phys. A: Math. Gen. 22, 625.
- 4. Banaszek K., Wódkiewicz K. (1999). Testing Quantum Nonlocality in Phase Space. Physical Review Letters. **82**(10). 1-5.
- 5. G. Auberson, G. Mahoux, S.M. Roy, Viendra Singh. (2002). Bell inequalities in phase space and their violation in quantum mechanics. Physics Letters A.

# Recomendaciones y orientaciones para el estudiante:

### Plazas: 1

# 2. DATOS DEL TUTOR/A:

Nombre y apellidos: LORENZO LUIS SALCEDO MORENO

Ámbito de conocimiento/Departamento: FÍSICA ATÓMICA, MOLECULAR Y NUCLEAR

Correo electrónico: salcedo@ugr.es

# 3. COTUTOR/A DE LA UGR (en su caso):

Nombre y apellidos: MIGUEL MARTÍN SUÁREZ

Ámbito de conocimiento/Departamento: ANÁLISIS MATEMÁTICO

Correo electrónico: mmartins@ugr.es

## 4. COTUTOR/A EXTERNO/A (en su caso):

Nombre y apellidos:

Correo electrónico:

Nombre de la empresa o institución:

Dirección postal:

Puesto del tutor en la empresa o institución:

Centro de convenio Externo:

## **5. DATOS DEL ESTUDIANTE:**

Nombre y apellidos: FRANCISCO ALFONSO JIMENEZ

Correo electrónico: franciscoalfj@correo.ugr.es