



## 1. DATOS BÁSICOS DEL TFG:

**Título:** Teoría de la curva elástica aplicada a la geometría de gotas sésiles inclinadas

**Descripción general** (resumen y metodología):

En 1885, Worthington [5] fue el primer científico que utilizó la forma de una gota para medir tensiones interfaciales entre fases fluidas. Desde entonces, uno de los métodos más utilizados para medir la tensión superficial (cohesión) y el ángulo de contacto (adhesión) es el basado en la geometría de una gota o burbuja en equilibrio mecánico con el fluido que le rodea. El fundamento de esta metodología se basa en la forma geométrica del menisco constreñido y lo apropiado es tomar imágenes laterales a partir de las que extraer el correspondiente perfil o dimensiones características.

Actualmente, se ha puesto el foco en el diseño de superficies hidrófobas capaces de retener las gotas de agua (incluso inclinándolas  $90^\circ$  y  $180^\circ$ ), conocidas como superficies adhesivas. Estas superficies son de especial interés para la agroquímica (fertilización foliar). La forma elongada de las gotas sésiles en superficies adhesivas inclinadas (o sometidas a un campo centrífugo) se ilustra en la Fig. 1. Maxwell, en su búsqueda constante de analogías, se percató de que la forma del perfil de los meniscos capilares respondía matemáticamente a la misma familia que la curva elástica según ésta se deformara [1]. De ahí que sea interesante estudiar las soluciones de la ecuación de curvas elásticas (ver Fig. 2) condicionada a los puntos de contacto (anclaje) con el fin de tabular las dimensiones intrínsecas (altura y ancho máximos) para diferentes volúmenes de gota (o área de la sección plana) y ángulos de contacto extremos [3, 4]. En esta analogía filamento-gota, la tensión superficial del líquido es equivalente a la rigidez al pando y el peso específico del líquido (densidad por gravedad), a la fuerza de tracción/compresión.

Actividades a desarrollar:

Comenzaremos con el marco teórico del estudio de las curvas elásticas, que se remonta a los orígenes del Cálculo de Variaciones. Posteriormente se estudiarán las soluciones de la ecuación de curvas elásticas ancladas físicamente consistentes. Utilizando perfiles de gotas sésiles reales, se encontrará la curva elástica equivalente y de ella se extraerán las dimensiones de gota características.

**Tipología:** Estudio de casos, teóricos o prácticos, relacionados con la temática del Grado.

**Objetivos planteados:**

Estudio, desde un punto de vista matemático, de la teoría clásica de curvas elásticas [2]. Estudio de las soluciones de la ecuación de curvas elásticas condicionada a los puntos de contacto [3, 4]. Desarrollar la analogía matemática entre curva elástica y perfil de gotas sésiles ancladas en superficies adhesivas. Aplicación a casos reales.

**Bibliografía básica:**

- [1] Capillary action, Encyclopaedia Britannica, ninth ed. (1876).
- [2] S. Matsutani, Euler's Elastica and Beyond, J. Geom. Symmetry Phys. 17: 45-86 (2010).
- [3] Y. Mikata, Complete solution of elastica for a clamped-hinged beam, and its applications to a carbon nanotube. Acta Mechanica 190, 133-150 (2007).
- [4] Singh, P., Goss, V.G.A. Critical points of the clamped-pinned elastica. Acta Mech 229, 4753-4770 (2018).

[5] A.M. Worthington M.A. (1885) IV. Note on a point in the theory of pendent drops, The London, Edinburgh, and Dublin Philosophical Magazine and Journal of Science, 19:116, 46-48.

[6] <https://archive.org/details/treatisnatphil02kelvrich/page/n175/mode/2up>

**Recomendaciones y orientaciones para el estudiante:**

**Plazas:** 1

**2. DATOS DEL TUTOR/A:**

**Nombre y apellidos:** MARÍA MAGDALENA RODRÍGUEZ PÉREZ

**Ámbito de conocimiento/Departamento:** GEOMETRÍA Y TOPOLOGÍA

**Correo electrónico:** magdarp@ugr.es

**3. COTUTOR/A DE LA UGR (en su caso):**

**Nombre y apellidos:** MIGUEL ÁNGEL RODRÍGUEZ VALVERDE

**Ámbito de conocimiento/Departamento:** FÍSICA APLICADA

**Correo electrónico:** marodri@ugr.es

**4. COTUTOR/A EXTERNO/A (en su caso):**

**Nombre y apellidos:**

**Correo electrónico:**

**Nombre de la empresa o institución:**

**Dirección postal:**

**Puesto del tutor en la empresa o institución:**

**5. DATOS DEL ESTUDIANTE:**

**Nombre y apellidos:** ANDRES LOPEZ MENA

**Correo electrónico:** andreslm@correo.ugr.es