



## 1. DATOS BÁSICOS DEL TFG:

**Título:** Aplicaciones físicas de teoría de nudos

**Descripción general** (resumen y metodología):

En la teoría de nudos, los nudos son encajes de la circunferencia a  $R^3$ . El principal objetivo en la teoría de nudos es la clasificación completa de todos los tipos de nudos, siendo dos nudos equivalentes si lo son bajo isotopía ambiental (deformaciones que no permiten que el nudo se atraviese a sí mismo). Para esta tarea los matemáticos han encontrado diversos invariantes, cantidades u otros objetos asociados a cada nudo, que permanecen idénticos para nudos equivalentes. Muchos de estos invariantes están relacionados con diversas ramas matemáticas, como la teoría de grafos o la teoría de grupos.

La clasificación de los nudos también puede tratarse desde un enfoque más físico, asignándole a cada nudo una energía mediante un funcional, y buscando los mínimos de ese funcional energético. A estos funcionales se les exige que cumplan una serie de condiciones, como que la energía sea infinita cuando un nudo se atraviesa a sí mismo, para que haya una barrera de potencial infinita entre cada tipo de nudo.

El TFG consistiría en la búsqueda de mínimos locales para diferentes funcionales energéticos (ya conocidos o nuevos) de los nudos, realizándose de forma analítica si es posible o computacionalmente, partiendo de ciertas configuraciones iniciales para los nudos y realizando un descenso del gradiente hasta detectar un mínimo. Para realizar los cálculos numéricamente, será necesario discretizar el nudo, usando por ejemplo "self-avoiding random walks" adaptadas a la forma de cada nudo. Muchos de los funcionales energéticos conocidos involucran integrales sobre todos los puntos del nudo, por lo que se usarán algoritmos de integración numérica para calcular la energía en cada paso del descenso del gradiente.

**Tipología:** Estudio de casos, teóricos o prácticos, relacionados con la temática del Grado.

**Objetivos planteados:**

- Estudiar la relación que hay entre la Física y la teoría de nudos.
- Buscar mediante métodos computacionales los mínimos locales de diferentes funcionales energéticos de los nudos.
- Tratar de encontrar nuevos funcionales energéticos, buscando que cumplan propiedades que resulten útiles para la clasificación de los nudos (funcionales infinitos cuando el nudo se corta, invariantes ante ciertas transformaciones, etc.)

**Bibliografía básica:**

Jun O'Hara, Energy of a knot, 1991, [https://doi.org/10.1016/0040-9383\(91\)90010-2](https://doi.org/10.1016/0040-9383(91)90010-2)

Jun O'Hara, Family of energy functionals of knots, Topology and its Applications, [https://doi.org/10.1016/0166-8641\(92\)90023-S](https://doi.org/10.1016/0166-8641(92)90023-S)

Gregory Buck, Jeremy Orloff, A simple energy function for knots, 1995, [https://doi.org/10.1016/0166-8641\(94\)00024-W](https://doi.org/10.1016/0166-8641(94)00024-W)

G. Buck, J. Orloff, Computing canonical conformations for knots, 1993, [https://doi.org/10.1016/0166-8641\(93\)90079-S](https://doi.org/10.1016/0166-8641(93)90079-S)

G. Buck, J. Simon, Knots as dynamical systems, 1993, [https://doi.org/10.1016/0166-8641\(93\)90078-R](https://doi.org/10.1016/0166-8641(93)90078-R)

Michele Vidulis, Yingying Ren, Julian Panetta, Eitan Grinspun, and Mark Pauly, 2023, Computational Exploration of Multistable Elastic Knots, <https://doi.org/10.1145/3592399>

Avvakumov, Sergey & Sossinsky, Alexey. (2014). On the Normal Form of Knots. Russian Journal of Mathematical Physics. 21. 421-429. 10.1134/S1061920814040013. [https://www.researchgate.net/publication/278323766\\_On\\_the\\_Normal\\_Form\\_of\\_Knots](https://www.researchgate.net/publication/278323766_On_the_Normal_Form_of_Knots)

John M Sullivan. (2002). Approximating Ropelength by Energy Functions. <https://doi.org/10.48550/arXiv.math/0203205>

Louis H. Kauffman, Knot Theory and Physics, <https://www.ams.org/meetings/lectures/kauffman-lect.pdf>

Robin Gaudreau, & David Ledvinka. (2019). Knot theory and quantum computing. <https://doi.org/10.48550/arXiv.1901.03186>

Simon, Jonathan. (2002). Physical knots. Contemporary Mathematics Volume. 304. 10.1090/conm/304/05181. [https://www.researchgate.net/publication/228851017\\_Physical\\_knots](https://www.researchgate.net/publication/228851017_Physical_knots)

Knots Minimizing a Moebius-Invariant Energy. John Sullivan. November 1993. <https://www.youtube.com/watch?v=ROqABE05waw>

**Recomendaciones y orientaciones para el estudiante:**

**Plazas:** 1

**2. DATOS DEL TUTOR/A:**

**Nombre y apellidos:** JOSÉ SANTIAGO PÉREZ

**Ámbito de conocimiento/Departamento:** FÍSICA TEÓRICA

**Correo electrónico:** jsantiago@ugr.es

**3. COTUTOR/A DE LA UGR (en su caso):**

**Nombre y apellidos:** Renato Fonseca

**Ámbito de conocimiento/Departamento:** FÍSICA TEÓRICA

**Correo electrónico:** renatofonseca@ugr.es

**4. COTUTOR/A EXTERNO/A (en su caso):**

**Nombre y apellidos:**

**Correo electrónico:**

**Nombre de la empresa o institución:**

**Dirección postal:**

**Puesto del tutor en la empresa o institución:**

**5. DATOS DEL ESTUDIANTE:**

**Nombre y apellidos:** Alexánder Chernykh Rohulska

**Correo electrónico:** alexchernykh@correo.ugr.es