



1. DATOS BÁSICOS DEL TFG:

Título: Complejos simpliciales de Kan: La adjunción $T \dashv S$

Descripción general (resumen y metodología):

Uno de los conceptos fundamentales e importantes de la teoría de categorías es el de adjunción o de funtores adjuntos. El eslogan del conocido libro de MacLane [1] es

Adjoint functors arise everywhere.

En este trabajo presentamos un ejemplo de adjunción en el contexto de la topología algebraica que confirma esta afirmación, y presentaremos sus consecuencias.

Comenzaremos estudiando los conceptos y resultados básicos de teoría de categorías necesarios para abordar este trabajo, centrándonos fundamentalmente en la noción de adjunción.

Seguidamente nos ocuparemos de estudiar la categoría de conjuntos simpliciales (SS) y más específicamente la de complejos simpliciales de Kan (cuyos principales ejemplos son el complejo singular de un espacio topológico y los grupos simpliciales) y estudiaremos la teoría de homotopía de dichos complejos, demostrando sus principales propiedades.

Finalmente nos ocuparemos de relacionar la categoría de conjuntos simpliciales con la categoría de espacios topológicos (TOP) mediante el funtor realización geométrica, $T:SS \rightarrow TOP$, y el funtor complejo singular total, $S:TOP \rightarrow SS$. Demostraremos que el funtor T es adjunto a izquierda al funtor S y que dicha adjunción induce una equivalencia entre las categorías de homotopía de la categoría de CW-complejos y la categoría de homotopía de la de conjuntos simpliciales de Kan, concluyendo así que ésta última constituye un modelo (puramente algebraico) para la teoría de homotopía de los CW-complejos.

Metodología:

- Búsqueda de la bibliografía recomendada.
- Estudio de los resultados y conceptos preliminares sobre teoría de categorías y álgebra simplicial necesarios.
- Estudio tutorizado de los resultados a desarrollar.
- Verificación de los objetivos propuestos.
- Edición del trabajo realizado para su presentación.

Tipología: Estudio de casos, teóricos o prácticos, relacionados con la temática del Grado.

Objetivos planteados:

Categorías. Funtores y transformaciones naturales. Funtores adjuntos.

Conjuntos simpliciales. Complejos simpliciales de Kan. Grupos de homotopía de complejos de Kan.
Homotopía de aplicaciones simpliciales.

El funtor realización geométrica. La adjunción $T \dashv S$

Bibliografía básica:

- [1] Curtis, E.B. Simplicial homotopy theory. Advances in Mathematics 6 (1971), 107-209.
- [2] Goerss P. and Jardine, J.F. Simplicial Homotopy Theory. Birkhauser, (1999).
- [3] Kan, D. Functors involving C.S.S. complexes. Transactions of the American Mathematical Society, 87(2), (1958), 330-346
- [4] Leinster, T. Basic Category Theory. Cambridge Studies in advanced mathematics.

Cambridge University Press (2014).

[5] Mac Lane, S., Categories for the Working Mathematicians. Springer (1971): 2ª edición con dos capítulos nuevos (1998).

[6] May, J.P. Simplicial objects in algebraic topology. Van Nostrand (1976).

Recomendaciones y orientaciones para el estudiante:

Plazas: 1

2. DATOS DEL TUTOR/A:

Nombre y apellidos: MARÍA DEL PILAR CARRASCO CARRASCO

Ámbito de conocimiento/Departamento: ÁLGEBRA

Correo electrónico: mcarrasc@ugr.es

3. COTUTOR/A DE LA UGR (en su caso):

Nombre y apellidos:

Ámbito de conocimiento/Departamento:

Correo electrónico:

4. COTUTOR/A EXTERNO/A (en su caso):

Nombre y apellidos:

Correo electrónico:

Nombre de la empresa o institución:

Dirección postal:

Puesto del tutor en la empresa o institución:

5. DATOS DEL ESTUDIANTE:

Nombre y apellidos: Elisa Martel Ponce

Correo electrónico: elisamartel@correo.ugr.es