



1. DATOS BÁSICOS DEL TFG:

Título: Aproximación de Chebyshev

Descripción general (resumen y metodología):

La aproximación por mínimos cuadrados es interesante en muchas aplicaciones en las que la norma L_2 tiene una interpretación física (normalmente relacionada con alguna medida de la energía). Sin embargo este tipo de aproximación tiene serios problemas cuando la función a aproximar varía rápidamente en un intervalo pequeño, pues la aproximación por mínimos cuadrados minimiza la influencia de los datos dispersos. En muchas aplicaciones, es mucho más interesante tratar de encontrar aproximantes de una función que minimicen el máximo de los valores absolutos de las discrepancias entre las dos funciones en un intervalo compacto.

En el caso polinómico la existencia de tales aproximantes es inmediata, pues el espacio de los polinomios de grado fijo tiene dimensión finita. La unicidad y la construcción de tales aproximantes es un asunto más complejo.

La unicidad de los aproximantes es consecuencia de un resultado fundamental: El Teorema de alternancia de Chebyshev, que establece la caracterización del polinomio de mejor aproximación uniforme a través de una condición de oscilación: un polinomio p de grado n es la mejor aproximación uniforme de una función continua f en un intervalo $[a,b]$ si $|f-p|$ alcanza su máximo en $n+2$ puntos distintos con signo alternado en $f-p$.

La propiedad de oscilación es la base de los algoritmos de búsqueda de la aproximación minimax, que básicamente consisten en ajustar un polinomio de aproximación hasta que se satisface la propiedad de la oscilación. El algoritmo más famoso para calcular la aproximación minimax es el algoritmo de Remez, que es esencialmente un procedimiento de programación lineal especializado.

En la práctica real suele ser más interesante tratar de encontrar polinomios próximos al de mejor aproximación mediante algún procedimiento indirecto. La economización de series de potencias es uno de estos procedimientos que se basa en las propiedades y estimaciones de los polinomios de Chebyshev.

Tipología: Estudio de casos, teóricos o prácticos, relacionados con la temática del Grado.

Objetivos planteados:

En este Trabajo de Fin de Grado estudiaremos los teoremas clásicos de La Vallée-Poussin y de Chebyshev y sus extensiones, los algoritmos de construcción de aproximantes, y por otro lado, analizaremos el proceso de aproximación mediante la economización de series de potencias. Además, se programarán ejemplos no triviales para el algoritmo de Remez y la utilización de los polinomios de Chebyshev en la economización de series de potencias.

Bibliografía básica:

- [1] E. W. Cheney, Introduction to Approximation Theory, AMS Chelsea Publishing, Providence, Rhode Island. 1982. Reprinted by American Mathematical Society, 1998.
- [2] P. J. Davis, Interpolation and Approximation, Dover Pub. Inc. New York, 1975.
- [3] G. W. Stewart, Afternotes on Numerical Analysis, SIAM, Philadelphia, 1996.
- [4] E. Süli, D. F. Mayers, An Introduction to Numerical Analysis, Cambridge University Press, Cambridge, 2003.

Recomendaciones y orientaciones para el estudiante:

Buen dominio de Análisis Matemático real y Métodos Numéricos

Plazas: 1

2. DATOS DEL TUTOR/A:

Nombre y apellidos: MIGUEL ÁNGEL PIÑAR GONZÁLEZ

Ámbito de conocimiento/Departamento: MATEMÁTICA APLICADA

Correo electrónico: mpinar@ugr.es

3. COTUTOR/A DE LA UGR (en su caso):

Nombre y apellidos:

Ámbito de conocimiento/Departamento:

Correo electrónico:

4. COTUTOR/A EXTERNO/A (en su caso):

Nombre y apellidos:

Correo electrónico:

Nombre de la empresa o institución:

Dirección postal:

Puesto del tutor en la empresa o institución:

5. DATOS DEL ESTUDIANTE:

Nombre y apellidos: Belén Bustillo Fernández

Correo electrónico: railivivi@correo.ugr.es