



## 1. DATOS BÁSICOS DEL TFG:

**Título:** El problema de Brezis-Nirenberg

**Descripción general** (resumen y metodología):

Consideramos una ecuación en derivadas parciales (EDP) de tipo elíptico de segundo orden con una potencia crítica en un dominio acotado. Además, prescribiremos a la solución un cierto valor en la frontera del dominio.

Dicho problema tiene una estructura variacional, lo que implica que se puede buscar soluciones como puntos críticos de un funcional de energía asociado.

Mediante métodos variacionales, trataremos de estudiar la existencia de solución, así como su multiplicidad y regularidad. Bajo ciertas hipótesis además se puede demostrar que el problema no admite solución.

**Tipología:** Trabajos bibliográficos sobre el estado actual de una temática relacionada con el Grado.

**Objetivos planteados:**

Como primer paso, el alumno estudiará una introducción a los espacios de Sobolev y sus propiedades para poder dotar de una definición adecuada a las soluciones del problema. Se recomienda la lectura de los textos [Bre, Capítulo 9], [Evans, Capítulo 5].

En un segundo paso se procederá a estudiar métodos variacionales y se particularizará en algunos modelos concretos. Después se procederá a estudiar la formulación variacional del problema y las propiedades de la geometría del funcional de energía asociado. Bajo ciertas hipótesis, centraremos el estudio en soluciones de tipo paso de montaña, [Struwe, Capítulo 3].

El trabajo se desarrollará mediante reuniones semanales con el tutor donde se discutirán los progresos, se resolverán dudas y se proveerá del material bibliográfico necesario.

Los objetivos matemáticos planteados son:

- Conocer los espacios de Sobolev y sus propiedades.
- Familiarizarse con las ecuaciones diferenciales elípticas definidas en dominios acotados.
- Aplicar los métodos variacionales para demostrar existencia de soluciones.
- Discutir propiedades de regularidad y multiplicidad.

**Bibliografía básica:**

[Bre] Haim Brezis, Functional analysis, Sobolev spaces and partial differential equations, New York, NY : Springer, 2011.

[Evans] Lawrence C. Evans, Partial differential equations 2nd ed. Providence, R.I. : American Mathematical Society, 2010.

[Struwe] Michael Struwe, Variational Methods Applications to Nonlinear Partial Differential Equations and Hamiltonian Systems, Springer, 2008

**Recomendaciones y orientaciones para el estudiante:**

Haber cursado o cursar las asignaturas de Modelos Matemáticos II, Ecuaciones en Derivadas Parciales, Análisis Funcional, Cálculo I, Cálculo II, Análisis Matemático I y Análisis Matemático II.

**Plazas:** 1

**2. DATOS DEL TUTOR/A:**

**Nombre y apellidos:** RAFAEL LÓPEZ SORIANO

**Ámbito de conocimiento/Departamento:** ANÁLISIS MATEMÁTICO

**Correo electrónico:** ralopezs@ugr.es

**3. COTUTOR/A DE LA UGR (en su caso):**

**Nombre y apellidos:**

**Ámbito de conocimiento/Departamento:**

**Correo electrónico:**

**4. COTUTOR/A EXTERNO/A (en su caso):**

**Nombre y apellidos:**

**Correo electrónico:**

**Nombre de la empresa o institución:**

**Dirección postal:**

**Puesto del tutor en la empresa o institución:**

**5. DATOS DEL ESTUDIANTE:**

**Nombre y apellidos:**

**Correo electrónico:**