



## 1. DATOS BÁSICOS DEL TFG:

**Título:** Familias de semigrupos numéricos

**Descripción general** (resumen y metodología):

Un semigrupo numérico es un conjunto de enteros no negativos que contiene al cero, es cerrado para la suma, y existe un entero más grande que no está en el conjunto. Inicialmente, la motivación del estudio de semigrupos numéricos era el estudio de soluciones no negativas de una ecuación diofántica lineal con coeficientes enteros no negativos de la forma:

$$a_1 \cdot x_1 + a_2 \cdot x_2 + \dots + a_n \cdot x_n = b, \text{ con } a_1, a_2, \dots, a_n, b \geq 0,$$

y en concreto averiguar para qué valores del término independiente tenía solución. Más adelante, se descubrió que se podía asociar un semigrupo numérico a determinadas curvas algebraicas, de tal forma que las propiedades que verifica el semigrupo proporciona información sobre la curva, lo que motivó la búsqueda de familias de semigrupos numéricos asociados a estas curvas, entre los que se encuentran los semigrupos simétricos, pseudo-simétricos, intersección completa, Arf, saturados, ...

A parte de las familias anteriores es interesante analizar otras familias caracterizadas por algunas propiedades comunes, como por ejemplo por el tipo de generadores del semigrupo; los invariantes del semigrupo (multiplicidad, género, etcétera), la estructura del conjunto de Apéry, ...

Por lo tanto, estudiar diferentes familias de semigrupos numéricos, puede dar lugar a ejemplos, o contraejemplos, que ayuden a resolver cuestiones todavía abiertas en la teoría de semigrupos numéricos.

Las metodologías que se va a seguir durante este trabajo es:

1. Estudio de la teoría básica de semigrupos numéricos.
2. Aprender varias formas de presentar un semigrupo numérico.
3. Enumerar diferentes familias de semigrupos numéricos y estudiar sus propiedades.
4. Relacionar las familias de semigrupos encontradas con los problemas que propiciaron el estudio de esas familias.

**Tipología:** Estudio de casos, teóricos o prácticos, relacionados con la temática del Grado.

**Objetivos planteados:**

Los objetivos matemáticos a alcanzar son:

1. Conocer la definición de semigrupo numérico y sus propiedades.
2. Conocer diferentes formas de presentar un semigrupo numérico.
3. Construir ejemplos de diferentes familias de semigrupos numéricos y estudiar sus propiedades.
4. Analizar los problemas que propiciaron el estudio de las diferentes familias de semigrupos numéricos.

**Bibliografía básica:**

[1] Assi, M. D'Anna, P. A. García-Sánchez, Numerical semigroups and applications, Second edition, RSME Springer series 3, Springer, Switzerland, 2020.

[2] J. C. Rosales and P. A. García-Sánchez, Numerical semigroups, Developments in Mathematics, vol. 20, Springer, New York, 2009.

[3] J.C. Rosales, P.A. García-Sánchez, J.I. García-García, J.A. Jiménez Madrid, Fundamental gaps in numerical semigroups, Journal of Pure and Applied Algebra, Volume 189, Issues 1-3, 2004, Pages 301-313, ISSN 0022-4049, <https://doi.org/10.1016/j.jpaa.2003.10.024>

### **Recomendaciones y orientaciones para el estudiante:**

Se recomienda tener conocimientos básicos de programación ya que facilita la construcción de ejemplos de semigrupos que satisfagan alguna propiedad de interés.

**Plazas:** 1

### **2. DATOS DEL TUTOR/A:**

**Nombre y apellidos:** JOSÉ ANTONIO JIMÉNEZ MADRID

**Ámbito de conocimiento/Departamento:** ÁLGEBRA

**Correo electrónico:** madrid@ugr.es

### **3. COTUTOR/A DE LA UGR (en su caso):**

**Nombre y apellidos:**

**Ámbito de conocimiento/Departamento:**

**Correo electrónico:**

### **4. COTUTOR/A EXTERNO/A (en su caso):**

**Nombre y apellidos:**

**Correo electrónico:**

**Nombre de la empresa o institución:**

**Dirección postal:**

**Puesto del tutor en la empresa o institución:**

### **5. DATOS DEL ESTUDIANTE:**

**Nombre y apellidos:** Álvaro Sánchez Muñoz

**Correo electrónico:** alsamu7@correo.ugr.es