



## Propuesta de Trabajo Fin de Grado del Doble Grado en Física y Matemáticas

Responsable de tutorización: Magdalena Rodríguez Pérez

Correo electrónico: magdarp@ugr.es

Departamento: Geometría y Topología

Área de conocimiento: Geometría y Topología

Responsable de tutorización: Miguel Ángel Rodríguez Valverde

Correo electrónico: marodri@ugr.es

Departamento: Física Aplicada

Área de conocimiento: Física Aplicada

(Rellenar sólo en caso de que la propuesta esté realizada a través de un estudiante)

Estudiante que propone el trabajo: Andrés López Mena

Título: **Teoría de la curva elástica aplicada a la geometría de gotas sésiles inclinadas**

Número de créditos:  6 ECTS  12 ECTS

Tipología del trabajo (marcar una o varias de las siguientes casillas):

- 1. Revisiones y/o trabajos bibliográficos sobre el estado actual de aspectos específicos relacionados con la titulación
- 2. Estudio de casos, teóricos o prácticos, relacionados con la temática de la titulación, a partir del material disponible en los centros
- 3. Trabajos experimentales, de toma de datos de campo, de laboratorio, etc.
- 4. Elaboración de nuevas prácticas de laboratorio
- 5. Elaboración de un informe o un proyecto en el ámbito del grado de naturaleza profesional
- 6. Trabajos relacionados con las prácticas externas

Descripción y resumen de contenidos:

En 1885, Worthington [5] fue el primer científico que utilizó la forma de una gota para medir tensiones interfaciales entre fases fluidas. Desde entonces, uno de los métodos más utilizados para medir la tensión superficial (cohesión) y el ángulo de contacto (adhesión) es el basado en la **geometría de una gota** o burbuja en equilibrio mecánico con el fluido que le rodea. El fundamento de esta metodología se basa en la forma geométrica del menisco constreñido y lo apropiado es tomar imágenes laterales a partir de las que extraer el correspondiente perfil o dimensiones características.

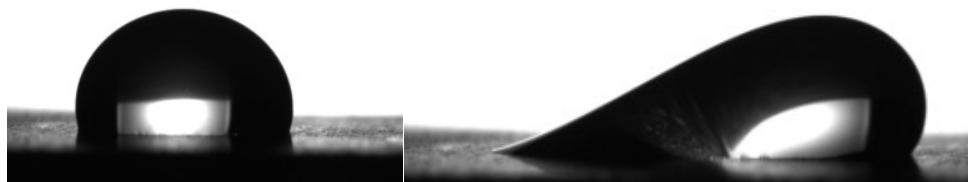


Figura 1. Gota sésil sobre superficie adhesiva horizontal y gota sésil sobre superficie adhesiva inclinada.

Actualmente, se ha puesto el foco en el diseño de superficies hidrófobas capaces de retener las

gotas de agua (incluso inclinándolas 90° y 180°), conocidas como superficies adhesivas. Estas superficies son de especial interés para la agroquímica (fertilización foliar). La forma elongada de las gotas sésiles en superficies adhesivas inclinadas (o sometidas a un campo centrífugo) se ilustra en la Fig. 1. Maxwell, en su búsqueda constante de analogías, se percató de que la forma del perfil de los meniscos capilares respondía matemáticamente a la misma familia que la **curva elástica** según ésta se deformara [1]. De ahí que sea interesante estudiar las soluciones de la ecuación de curvas elásticas (ver Fig. 2) condicionada a los puntos de contacto (anclaje) con el fin de tabular las dimensiones intrínsecas (altura y ancho máximos) para diferentes volúmenes de gota (o área de la sección plana) y ángulos de contacto extremos [3, 4]. En esta analogía filamento-gota, la tensión superficial del líquido es equivalente a la rigidez al pandeo y el peso específico del líquido (densidad por gravedad), a la fuerza de tracción/compresión.

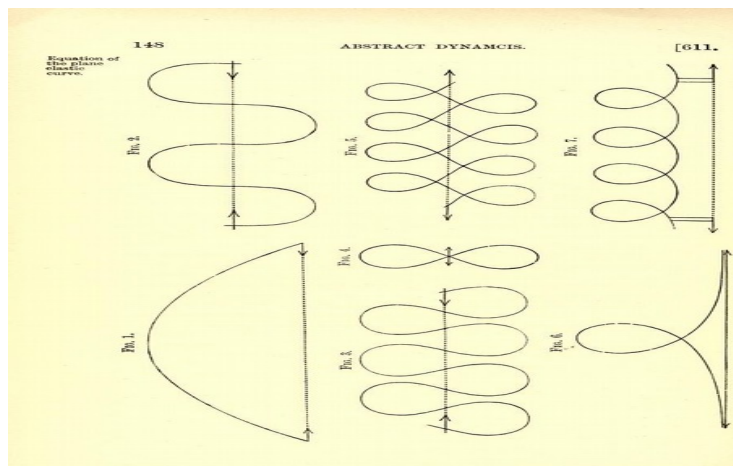


Figura 2. Ilustración de soluciones de la curva elástica publicada por Kelvin [6]

#### Actividades a desarrollar:

Comenzaremos con el marco teórico del estudio de las curvas elásticas, que se remonta a los orígenes del Cálculo de Variaciones. Posteriormente se estudiarán las soluciones de la ecuación de curvas elásticas ancladas físicamente consistentes. Utilizando perfiles de gotas sésiles reales, se encontrará la curva elástica equivalente y de ella se extraerán las dimensiones de gota características.

#### Objetivos planteados

Estudio, desde un punto de vista matemático, de la teoría clásica de curvas elásticas [2].

Estudio de las soluciones de la ecuación de curvas elásticas condicionada a los puntos de contacto [3, 4].


Desarrollar la analogía matemática entre curva elástica y perfil de gotas sésiles ancladas en superficies adhesivas. Aplicación a casos reales.


## **Bibliografía**

- [1] *Capillary action*, Encyclopaedia Britannica, ninth ed. (1876).
- [2] S. Matsutani, *Euler's Elastica and Beyond*, J. Geom. Symmetry Phys. 17: 45-86 (2010).
- [3] Y. Mikata, *Complete solution of elastica for a clamped-hinged beam, and its applications to a carbon nanotube*. Acta Mechanica 190, 133–150 (2007).
- [4] Singh, P., Goss, V.G.A. Critical points of the clamped–pinned elastica. Acta Mech 229, 4753–4770 (2018).
- [5] A.M. Worthington M.A. (1885) IV. Note on a point in the theory of pendent drops, The London, Edinburgh, and Dublin Philosophical Magazine and Journal of Science, 19:116, 46-48.
- [6] <https://archive.org/details/treatisnatphil02kelvrich/page/n175/mode/2up>

Firma del estudiante  
(solo para trabajos propuestos por estudiantes)

Firma del responsable de tutorización  
(solo para trabajos propuestos por estudiantes)



Firma del responsable de tutorización (*en su caso*)  
(solo para trabajos propuestos por estudiantes)

En Granada, a 15 de Mayo de 2023