



Propuesta de Trabajo Fin de Grado del Doble Grado en Física y Matemáticas

Responsable de tutorización: Marta Anguiano Millán
Correo electrónico: mangui@ugr.es
Departamento: Física Atómica, Molecular y Nuclear
Área de conocimiento: Física Atómica, Molecular y Nuclear

Responsable de cotutorización: Juan Calvo Yagüe
Correo electrónico: juancalvo@ugr.es
Departamento: Departamento de Matemática Aplicada
Área de conocimiento: Matemática Aplicada

(Rellenar sólo en caso de que la propuesta esté realizada a través de un estudiante)
Estudiante que propone el trabajo: Alejandro Díaz Moreno

Título: Análisis matemático de la ecuación de Dirac

Número de créditos: 6 ECTS 12 ECTS

Tipología del trabajo (marcar una o varias de las siguientes casillas):

- 1. Revisiones y/o trabajos bibliográficos sobre el estado actual de aspectos específicos relacionados con la titulación
- 2. Estudio de casos, teóricos o prácticos, relacionados con la temática de la titulación, a partir del material disponible en los centros
- 3. Trabajos experimentales, de toma de datos de campo, de laboratorio, etc.
- 4. Elaboración de nuevas prácticas de laboratorio
- 5. Elaboración de un informe o un proyecto en el ámbito del grado de naturaleza profesional
- 6. Trabajos relacionados con las prácticas externas

Descripción y resumen de contenidos:

En este trabajo se estudiará la ecuación de Dirac desde una perspectiva matemática y también histórica. Esta ecuación es la base de la Mecánica cuántica relativista y de la Teoría Cuántica de Campos. Paul Dirac formuló esta ecuación en 1928 para describir cualquier partícula con masa nula, y con espín $\frac{1}{2}$, de tal forma que dicha descripción fuera consistente desde el punto de vista de la Relatividad Especial y también en el contexto de la Mecánica Cuántica.

Se estudiará el artículo original de Dirac [1,2], para entender las discrepancias entre los experimentos y las predicciones de la teoría cuántica que llevaron a Dirac a proponer dicha ecuación. Después, se estudiará la ecuación de Klein-Gordon, como paso previo para incluir los efectos relativistas, antes de la formulación de la ecuación de Dirac. También se analizará cómo surge el concepto de espín desde una perspectiva teórica, así como la derivación del hamiltoniano de estructura fina, que nos permite obtener las correcciones relativistas para el átomo de hidrógeno.

Una vez analizada matemáticamente con detalle la ecuación de Dirac y sus soluciones [3], trataremos algunos problemas físicos directamente relacionados con dicha ecuación [4,5]. En particular, nos focalizaremos en estos dos:

1. El espín del electrón.
2. Colisión entre el electrón y fotones de energía $h\nu$ (efecto Compton).

Actividades a desarrollar:

1. *Análisis desde una perspectiva histórica de la ecuación de Dirac.*
2. *Análisis matemático de la ecuación de Dirac y de sus soluciones.*
3. *Aplicaciones físicas: espín y efecto Compton.*

Objetivos planteados

1. *Comprender la perspectiva histórica que llevó a Dirac a formular su ecuación a través de las discrepancias entre los experimentos y las predicciones de la teoría cuántica para los átomos.*
2. *Estudio desde una perspectiva matemática de la ecuación de Dirac y sus soluciones*
3. *Aplicación al estudio de varios problemas físicos.*

Bibliografía

- [1] P. A. M. Dirac, *The quantum theory of the electron*, "Proceedings of the Royal Society of London. Series A, Containing Papers of a Mathematical and Physical Character 117 (1928) no. 778, 610-624.
- [2] F. Chamizo, *Dirac equation, spin and fine structure Hamiltonian*, https://matematicas.uam.es/~fernando.chamizo/physics/files/fine_structure.pdf
- [3] M. J. Esteban, V. Georgiev and E. Séré, *Stationary solutions of the Maxwell-Dirac and the Klein-Gordon-Dirac equations*, Calc. Var. 4 (1996) 265.
- [4] H.O. Cordes, *A mathematical analysis of Dirac equation physics*, Investigations in Mathematical Sciences, Vol. 4 (2014) 1-44.
- [5] M.D. Schwartz, *Quantum Field Theory and the Standard Model*, Cambridge University Press, 2014.

Firma del estudiante
(solo para trabajos propuestos por estudiantes)

A handwritten signature in black ink that reads "Alex". The letters are stylized and somewhat overlapping.

Firma del responsable de tutorización
(solo para trabajos propuestos por estudiantes)

A handwritten signature in blue ink, appearing to read "Mark". The signature is fluid and includes a long horizontal stroke at the end.

Firma del responsable de cotutorización *(en su caso)*
(solo para trabajos propuestos por estudiantes)

A handwritten signature in blue ink, appearing to read "Manolo". The signature is written in a cursive style.

En Granada, a 15 de Mayo de 2023_