



## Propuesta de Trabajo Fin de Grado del Doble Grado en Física y Matemáticas

*Responsable de tutorización:* José Luis Romero Béjar

*Correo electrónico:* jlrbejar@ugr.es

*Departamento:* Estadística e Investigación Operativa

*Área de conocimiento:* Estadística e Investigación Operativa

*Responsable de cotutorización:* Bruno Zamorano García

*Correo electrónico:* bzamorano@ugr.es

*Departamento:* Física Teórica y del Cosmos

*Área de conocimiento:* Física Teórica

*(Rellenar solo en caso de que la propuesta sea de un estudiante):*

*Estudiante que propone el trabajo:* David Murillo Castellano

*Título:* Introducción a la Teoría de Campos Aleatorios y sus Aplicaciones

*Número de créditos:*  6 ECTS  12 ECTS

*Tipología del trabajo (marcar las casillas que correspondan):*

1. Revisiones y/o trabajos bibliográficos sobre el estado actual de aspectos específicos relacionados con la titulación

2. Estudio de casos, teóricos o prácticos, relacionados con la temática de la titulación, a partir de material disponible en los centros

3. Trabajos experimentales, de toma de datos de campo, de laboratorio, etc.

4. Elaboración de nuevas prácticas de laboratorio

5. Elaboración de un informe o un proyecto en el ámbito del grado de naturaleza profesional

6. Trabajos relacionados con las prácticas externas

*Descripción y resumen de contenidos:*

La dinámica de una amplia variedad de fenómenos físicos (e.g. en Ciencias Medioambientales, Geofísica, etc.) puede ser adecuadamente representada mediante modelos de campos aleatorios. Existe una amplia literatura relacionada con la modelización de estos fenómenos, especialmente bajo la suposición de estacionariedad e isotropía en la estructura de covarianzas del modelo de campo aleatorio subyacente (ver, por ejemplo, [1], [2], [3], [4], [5]). Dependiendo del fenómeno que se esté estudiando y de las características que se quieran analizar en el espacio o en el espacio-tiempo, se utilizan distintas familias de modelos de covarianzas, como las gaussianas, exponenciales, Cauchy, matern, entre otras. El análisis de comportamientos extremos está asociado al estudio de probabilidades de excedencia de umbrales, intrínsecamente relacionadas con características geométricas de conjuntos de excursión, y constituye uno de los principales objetivos de muchas aplicaciones. En este sentido, entre los desafíos de investigación más motivadores se encuentran los siguientes: análisis de comportamiento extremo asociado con el estudio de las probabilidades de superación del umbral ([2], [6]); evaluación del riesgo espacial basada en cantidades aleatorias, como áreas de excedencia o volúmenes de exceso, por encima de un umbral [7]; modelado de heterogeneidades mediante transformaciones espaciales [8], cópulas [9] o clustering espaciotemporal [10].

En este trabajo se introducirán aspectos formales básicos relacionados con los fundamentos del análisis de campos aleatorios y del estudio de comportamientos extremos en este contexto. Se realizará una ilustración basada en la simulación de diferentes técnicas, como kriging o funciones de covarianza específicas ([11]), tanto en escenarios espaciales como espaciotemporales para algunas aplicaciones de la física en el contexto de la geofísica y física de partículas. En concreto, gran parte de los detectores de la actual generación de física de partículas proporcionan información espaciotemporal acerca de los sucesos que detectan, por lo que la aplicación de las técnicas arriba mencionadas resulta atractiva. En particular, en este trabajo proponemos explorar la viabilidad del uso de dichas técnicas para la reconstrucción de sucesos en el experimento de neutrinos SBND. Este detector, cuyo funcionamiento se basa en las cámaras de deriva de argón líquido, proporciona medidas espaciales tridimensionales de gran granularidad —con una resolución de unos pocos milímetros— y de enorme resolución temporal —unos pocos nanosegundos—. Muchos de los objetos (cascadas, trazas, vértices, ...) que se requiere reconstruir para el análisis de la física de interés de SBND poseen una fuerte componente espaciotemporal, por lo que se estudiará si alguno(s) de ello(s) puede(n) abordarse desde el punto de vista de un análisis de campos aleatorios.

*Actividades a desarrollar:*

- Revisión bibliográfica sobre aspectos formales de la teoría de campos aleatorios, con especial referencia a su estado actual, y exposición sintética del conocimiento desde una perspectiva global en el contexto del análisis de valores extremos.
- Profundización en distintos enfoques para la consideración del modelo de covarianzas más adecuado a un problema concreto, con una clara identificación de los elementos conceptuales, y exposición de sus fundamentos matemáticos y aspectos metodológicos.
- Aplicación práctica a distintos problemas de la física mediante el uso y desarrollo eventual de procedimientos computacionales y gráficos relacionados.

*Objetivos planteados*

*Objetivo 1*

Identificación de los aspectos conceptuales inherentes a la teoría de campos aleatorios objeto de estudio y su formalización matemática.

Análisis pormenorizado de los fundamentos matemáticos que sustentan el análisis de valores extremos.

Desarrollo de un estudio aplicado e interpretación de resultados con referencia precisa a la fundamentación matemática y computacional de la metodología.

## ***Bibliografía***

- [1] Martínez-Ruiz, F. (2008) Modelización de la Función de Covarianza en Procesos Espacio-temporales: Análisis y Aplicaciones. TESEO
- [2] Adler, R; Taylor, J. (2007) Random Fields and Geometry. Springer, New York.
- [3] Christakos, G. (2017) Spatiotemporal Random Fields: Theory and Applications. Elsevier, Cambridge.
- [4] Piterbarg, V.I. (1996) Asymptotic methods in the theory of Gaussian processes and fields. American Mathematical Society, Providence.
- [5] Vanmarcke, E. (2010) Random fields. Analysis and synthesis. World Scientific, Singapore.
- [6] Azais, J.M.; Wschebor, M. (2009) Level sets and extrema of random processes and fields. Wiley, Chichester. 10 BIBLIOGRAPHY
- [7] Romero, J.L.; Madrid, A.E.; Angulo, J.M. (2018) Quantile-based spatiotemporal risk assessment of exceedances. Stochastic Environmental Research and Risk Assessment (32) 2275–2291.
- [8] Mardia K.V.; Angulo J.M.; Goitia A. (2006) Synthesis of image deformation strategies. Image and Vision Computing (24) 1–12.
- [9] Krupskii, P.; Genton, M.G. (2017) Factor copula models for data with spatiotemporal dependence. Spatial Statistics (22) 180-195.
- [10] Ansari, M.Y.; Ahmad, A.; Khan, S.S.; Bhushan, G.; Mainuddin (2020) Spatiotemporal clustering: a review. Artificial Intelligence Review (53) 2381-2423.
- [11] Gneiting, T; Schlather, M. (2004) Stochastic models that separate fractal dimension and the Hurst effect. SIAM Review (46) 269-282.
- [12] <http://sbn-nd.fnal.gov/>
- [13] P. MACHADO, O. PALAMARA, D. SCHMITZ, *The Short-Baseline Neutrino Program at Fermilab*, Ann.Rev.Nucl.Part.Sci. 69 (2019) 363-387.
- [14] M. THOMSON, *Modern Particle Physics*, (Cambridge University Press, 2015)
- [15] R. ACCIARRI, *et. al*, *The Pandora multi-algorithm approach to automated pattern recognition of cosmic-ray muon and neutrino events in the MicroBooNE detector*, Eur. Phys. J. C **78**, 82 (2018)

*(Firmar solo en caso de trabajos propuestos por estudiantes)*

*Firma del estudiante*

*David*

*Firma del responsable de tutorización*

**ROMERO**

Firmado digitalmente por  
ROMERO BEJAR JOSE LUIS -

*F*

*Z*

*G*

*-*

En Granada, a 16 de mayo de 2023.