



## Propuesta de Trabajo Fin de Grado del Doble Grado en Física y Matemáticas

*Responsable de tutorización:* José Antonio Jiménez Madrid

*Correo electrónico:* madrid@ugr.es

*Departamento:* Álgebra

*Área de conocimiento:* Álgebra

*Responsable de cotutorización:*

*Correo electrónico:*

*Departamento:*

*Área de conocimiento:*

*(Rellenar solo en caso de que la propuesta sea de un estudiante):*

*Estudiante que propone el trabajo:*

*Título:* Sistemas dinámicos y sus aplicaciones

*Número de créditos:*  6 ECTS  12 ECTS

*Tipología del trabajo (marcar las casillas que correspondan):*

1. Revisiones y/o trabajos bibliográficos sobre el estado actual de aspectos específicos relacionados con la titulación

2. Estudio de casos, teóricos o prácticos, relacionados con la temática de la titulación, a partir de material disponible en los centros

3. Trabajos experimentales, de toma de datos de campo, de laboratorio, etc.

4. Elaboración de nuevas prácticas de laboratorio

5. Elaboración de un informe o un proyecto en el ámbito del grado de naturaleza profesional

6. Trabajos relacionados con las prácticas externas

*Descripción y resumen de contenidos:*

Básicamente, un sistema dinámico consiste en una función que describe la dependencia temporal de un punto en un espacio geométrico. Un ejemplo sencillo sería el modelo que describe el movimiento de un péndulo.

Desde un punto de vista más gráfico un sistema dinámico se puede ver como “un conjunto de partículas cuyo estado varía en función del tiempo”, por lo que se puede definir a través de ecuaciones diferenciales. Este trabajo se centrará en el estudio de sistemas dinámicos de la siguiente forma:

$$\frac{d\mathbf{x}}{dt} = \mathbf{f}(\mathbf{x}, t), \quad \text{con } \mathbf{x} \in \mathbb{R}^n, t \in \mathbb{R}$$

En los casos más sencillos, los llamados sistemas dinámicos autónomos (es decir, los que no dependen del tiempo), se puede analizar la estructura geométrica de las soluciones del sistema dinámico, esto es, “el movimiento de las partículas” a través del concepto de **punto fijo**, los cuales suelen clasificarse como hiperbólicos y no hiperbólicos.

El objetivo de este trabajo es introducir al estudiante en el estudio de los sistemas dinámicos, donde conocerá una generalización del concepto de punto fijo a sistemas dinámicos aperiódicos, es decir, aquellos que son dependientes del tiempo. Los sistemas dinámicos aperiódicos tienen una gran variedad de aplicaciones, no sólo en matemáticas o física, sino también en campos como la biología, química, cosmología, . . . Se verán aplicaciones principalmente en el campo de la geofísica y más particularmente de la oceanografía, donde se mostrará la utilidad de los sistemas dinámicos en seguridad marítima: prevención de accidentes; operaciones de búsqueda y rescate; dispersión de contaminantes, mapas de riesgo, . . .

Como el objetivo principal de este trabajo es introducir al estudiante al estudio de los sistemas dinámicos, se puede incidir más en analizar problemas o situaciones que tengan más interés para el estudiante, ya que los resultados obtenidos se podrían ampliar para realizar un futuro trabajo de máster.

*Actividades a desarrollar:*

1. Estudiar los conceptos de sistema dinámico y de punto fijo.
2. Presentar una generalización del concepto de punto fijo a sistemas dinámicos aperiódicos.
3. Mostrar las diferentes aplicaciones que tienen los sistemas dinámicos para ayudar a resolver problemas presentes en la sociedad.
4. Discutir con más detalle una de las posibles aplicaciones, mostrando ejemplos del uso de los sistemas dinámicos en ese caso concreto.
5. Implementar un código que muestre un ejemplo sencillo de aplicación.

*Objetivos planteados*

Conocer la definición de sistema dinámico y de punto fijo generalizado.

Mostrar las aplicaciones de los sistemas dinámicos en las Matemáticas y la Física.

Estudiar un ejemplo de aplicación de los sistemas dinámicos a un problema de interés.

Analizar la transferencia a la sociedad del conocimiento generado en el campo de los sistemas dinámicos.

***Bibliografía***

- [1] S. Wiggins, *Introduction to Applied Nonlinear Dynamical Systems and Chaos*, Springer New York, NY, 2003. <https://doi.org/10.1007/b97481>
- [2] A. M. Mancho, D. Small, S. Wiggins, *A tutorial on dynamical systems concepts applied to Lagrangian transport in oceanic flows defined as finite time data sets: theoretical and computational issues*. Physics Reports 437 (2006), 3-4, 55-124.
- [3] J. A. Jiménez Madrid, Ana M. Mancho. *Distinguished trajectories in time dependent vector fields*. Chaos 19 (2009), 013111-1-013111-18.

*(Firmar solo en caso de trabajos propuestos por estudiantes)*

*Firma del estudiante*

*Firma del responsable de tutorización*

*Firma del responsable de cotutorización*

En Granada, a 21 de mayo de 2023.