



Propuesta de Trabajo Fin de Grado en Matemáticas (curso 2022-2023)

Responsable de tutorización: Salvador Villegas Barranco

Departamento: Análisis Matemático

Correo electrónico: svillega@ugr.es

Responsable de cotutorización:

Departamento:

Correo electrónico:

(Rellenar sólo en caso de que la propuesta esté realizada a través de un estudiante)

Estudiante que propone el trabajo: Rafael Peláez Hidalgo

Título del trabajo: Teorema de Cesàro (Teoría de Números)

Tipología del trabajo (marcar una o varias de las siguientes casillas):

- Complementario de profundización
 - Divulgación de las Matemáticas
 - Docencia e innovación
 - Herramientas informáticas
- Iniciación a la investigación

Materias del grado relacionadas con el trabajo: Cálculo I, Cálculo II, Análisis Matemático I, Análisis Matemático II y Variable Compleja I

Descripción y resumen de contenidos: En este TFG se demostrará el Teorema de Cesàro, que afirma que la densidad asintótica de pares de números enteros primos entre sí es $6 / \pi^2$. En otras palabras, si fijamos un número natural n y llamamos $P(n)$ a la probabilidad de que tomados dos números enteros al azar entre 1 y n sean primos relativos, entonces $P(n)$ tiende a $6 / \pi^2$ cuando n tiende a infinito. Este resultado, y otros necesarios para su establecimiento, serán probados de forma totalmente rigurosa. También se proporcionará el resultado exacto de sumas de series que involucran a funciones elementales que aparecen en la Teoría Analítica de Números, tales como la función μ de Moebius, la función ϕ de Euler o la función d de divisores.

Actividades a desarrollar:

El alumno tratará todos estos temas bajo la dirección del tutor y con la ayuda de la bibliografía, procurando abordar de forma autónoma y autocontenida todas las cuestiones planteadas.

<i>Objetivos matemáticos planteados</i>
Funciones aritméticas
Teorema de Cesàro. Enunciado y equivalencias
Demostración del Teorema de Cesàro. Algunas sumas de series

Bibliografía para el desarrollo matemático de la propuesta:

[1] T.M.Apostol, Introducción a la teoría analítica de números. Editorial Reverté, S.A. Barcelona. 1984.

[2] Tóth, László The probability that k positive integers are pairwise relatively prime. *Fibonacci Quart.* 40 (2002), no. 1, 13–18.

Firma del estudiante
(solo para trabajos propuestos por alumnos)

Firma del responsable de tutorización
(solo para trabajos propuestos por estudiantes)

Firma del responsable de cotutorización
(solo para trabajos propuestos por estudiantes)

En, Granada, a 23 de Mayo de 2022