



## Propuesta de Trabajo Fin de Grado en Matemáticas (curso 2022-2023)

*Responsable de tutorización:* Pedro José Torres Villarroya  
*Departamento:* Matemática Aplicada  
*Correo electrónico:* ptorres@ugr.es

*Responsable de cotutorización:*  
*Departamento:*  
*Correo electrónico:*

*(Rellenar sólo en caso de que la propuesta esté realizada a través de un estudiante)*  
*Estudiante que propone el trabajo:*

*Título del trabajo:* Modelos matemáticos para la teoría del mutualismo en Ecología: estabilidad y bifurcación en modelos de dos especies

*Tipología del trabajo (marcar una o varias de las siguientes casillas):*

- Complementario de profundización
- Divulgación de las Matemáticas
- Docencia e innovación
- Herramientas informáticas
- X Iniciación a la investigación

*Materias del grado relacionadas con el trabajo:* Ecuaciones Diferenciales I y II, Modelos Matemáticos I y II

*Descripción y resumen de contenidos:*

En una relación mutualista, dos especies interaccionan beneficiándose mutuamente. Es, junto con la competición y la interacción presa-depredador, uno de los efectos básicos para entender la dinámica de poblaciones. Se propone una revisión de la teoría del mutualismo en Ecología y los diferentes modelos de ecuaciones diferenciales que se han propuesto históricamente para su estudio. En el tratamiento matemático, se usarán herramientas básicas de análisis de plano de fases y teoría de bifurcación.

*Actividades a desarrollar:*

*Se realizará una revisión de modelos con la referencia [1] como base. Se realizará un estudio detallado de la dinámica de cada uno de ellos, agrupando los modelos con características*

*comunes e interpretándolas desde el punto de vista biológico. Se realizará un análisis crítico comparativo. El uso de herramientas de visualización a través de paquetes informáticos o lenguajes de programación es recomendable.*

*Objetivos matemáticos planteados*

*Recopilación de modelos de mutualismo presentes en la literatura*

*Análisis matemático de los modelos*

*Interpretación biológica de los resultados y análisis comparativo*

*Visualización de resultados*

*Bibliografía para el desarrollo matemático de la propuesta:*

[1] Hale, K. R. S., & Valdovinos, F. S. (2021). Ecological theory of mutualism: Robust patterns of stability and thresholds in two-species population models. *Ecology and Evolution*, 11, 17651–17671.

*Otras referencias (si procede):*

Firma del estudiante  
(solo para trabajos propuestos por alumnos)

Firma del responsable de tutorización  
(solo para trabajos propuestos por estudiantes)

Firma del responsable de cotutorización  
(solo para trabajos propuestos por estudiantes)

En, Granada, a    de    de 2022