



Propuesta de Trabajo Fin de Grado en Matemáticas (curso 2021–2022)

Responsable de tutorización: Francisco Torralbo Torralbo
Departamento: Geometría y Topología
Área de conocimiento: Geometría

Título del trabajo: Superficies llanas del espacio euclídeo

Tipología del trabajo (marcar una de las siguientes casillas):

- Complemento de profundización*
- Divulgación de las Matemáticas*
- Docencia e innovación*
- Herramientas informáticas*
- Iniciación a la investigación*

Materias del grado relacionadas con el trabajo: Curvas y Superficies, Geometría Global de Curvas y Superficies, variedades diferenciables.

Descripción y resumen de contenidos:

La curvatura de Gauss de una superficie es el invariante métrico intrínseco más importante desde el punto de vista de la geometría riemanniana. Las superficies cuya curvatura de Gauss es constante cero se denominan llanas. En el espacio euclídeo existen multitud de superficies llanas. No obstante, de entre todas ellas las únicas que son completas son los planos o los cilindros generalizados.

La primera prueba de este resultado, que apareció recientemente en términos del desarrollo de la teoría de superficies, es un corolario a un resultado más general dado por P. Harmant y L. Nirenberg en 1959. Más tarde, Stoker en 1961 y Massey en 1962 obtuvieron pruebas más directas y elementales de dicho resultado.

El objetivo de esta propuesta es probar dicho resultado, es decir, que una superficie completa y llana del espacio euclídeo es o bien un plano o un cilindro generalizado.

Actividades a desarrollar:

El alumno desarrollará una demostración detallada de la clasificación de las superficies completas llanas del espacio euclídeo. Para ello, estudiará los conceptos y resultados en geometría de superficies previos no tratados en el Grado en Matemáticas que son necesarios para dar una prueba de dicho resultado. En particular, ampliará sus conocimientos sobre geodésicas y aplicación exponencial.

Objetivos matemáticos planteados

Construcción de distintos tipos de superficies llanas en \mathbb{R}^3 : de revolución, cilindros, conos y helicoides generalizados. Superficies regladas y desarrollables.

Familiarizarse con el concepto de geodésica sobre una superficie y la aplicación exponencial

Definir el concepto de superficie completa. Enunciar y entender el teorema de Hopf-Rinow para superficies cerradas en \mathbb{R}^3 .

Dar una demostración detallada de la clasificación de superficies completas y llanas en \mathbb{R}^3 .

Bibliografía

- [1] MANFREDO P. DO CARMO, *Geometría diferencial de curvas y superficies*, (Alianza Universidad, 1995). ISBN-13: 978-8420681351
- [2] MANFREDO P. DO CARMO, *Riemannian Geometry*, Mathematics: Theory & Applications, Birkhäuser, 1993.
- [3] W. S. MASSEY, *Surfaces of Gaussian curvature zero in Euclidean 3-space*, Tohoku Mathematical Journal, Vol. 14, No. 1, 1962, p.73–79..
- [4] S. MONTIEL Y A. ROS, *Curvas y superficies*, (Proyecto Sur, 1997). ISBN-13: 9788482540955.

Firma del responsable de tutorización

A handwritten signature in blue ink, consisting of several overlapping loops and lines, positioned below the text 'Firma del responsable de tutorización'.

En Granada, a 4 de mayo de 2021.