



## Propuesta de Trabajo Fin de Grado en Matemáticas (curso 2022-2023)

*Responsable de tutorización:* Manuel César Rosales Lombardo

*Departamento:* Geometría y Topología

*Correo electrónico:* crosales@ugr.es

*Responsable de cotutorización:*

*Departamento:*

*Correo electrónico:*

*(Rellenar sólo en caso de que la propuesta esté realizada a través de un estudiante)*

*Estudiante que propone el trabajo:* Samuel José Molina Ruíz

*Título del trabajo:* Un principio del máximo con aplicaciones a superficies mínimas y de curvatura media constante

*Tipología del trabajo (marcar una o varias de las siguientes casillas):*

- Complementario de profundización
- Divulgación de las Matemáticas
- Docencia e innovación
- Herramientas informáticas
- Iniciación a la investigación

*Materias del grado relacionadas con el trabajo:* Curvas y superficies, Geometría global de curvas y superficies, Ecuaciones en derivadas parciales

*Descripción y resumen de contenidos:*

### Descripción

El objetivo principal de esta propuesta de TFG es probar un principio del máximo para ciertas EDPs y aplicarlo en la obtención de resultados geométricos. Más concretamente, demostraremos el principio del máximo para EDPs lineales elípticas de segundo orden y deduciremos consecuencias en la teoría de superficies mínimas y de curvatura media constante (CMC) en el espacio euclídeo tridimensional. Tales consecuencias abarcarán resultados de unicidad para grafos CMC con frontera prefijada, teoremas de tipo “enclosure”, en los que se muestra como la posición del borde de una superficie mínima compacta influye en la posición de toda la superficie, así como consecuencias globales tales como el teorema fuerte del semiespacio de Hoffman-Meeks y el teorema de Alexandrov obtenido mediante el método de reflexión que lleva su nombre.

### Resumen de contenidos

Introducción a las superficies mínimas y CMC. Ejemplos. Relación con los puntos críticos del área. Teoría de EDPs lineales elípticas de segundo orden. Principio del máximo. Consecuencias geométricas: unicidad de grafos CMC, teoremas de tipo “enclosure”, método de reflexión de Alexandrov, resultados globales.

*Actividades a desarrollar:*

1. Los resultados teóricos se conseguirán mediante la consulta de la bibliografía proporcionada y el asesoramiento del tutor. Para considerar que el trabajo se ha completado se deberán conseguir las demostraciones de todos los objetivos, con cierta flexibilidad respecto de la cantidad y dificultad de las consecuencias del principio del máximo obtenidas. El segundo objetivo tampoco es estrictamente necesario para la realización del TFG.
2. La parte teórica vendrá complementada con una parte práctica en la que se plantearán al alumno ejercicios y cuestiones relacionadas con los contenidos teóricos.
3. La memoria resultante se redactará en un editor de LaTeX.

*Objetivos matemáticos planteados*

Superficies mínimas y CMC. Propiedades básicas y ejemplos

Relación entre superficies mínimas y problema de Plateau

Principio del máximo para EDPs lineales de segundo orden

Aplicaciones a la teoría de superficies mínimas

Método de reflexión de Alexandrov

*Bibliografía para el desarrollo matemático de la propuesta:*

U. Dierkes, S. Hildebrandt, A. Küster y O. Wohlrab, “*Minimal surfaces I*”, Fundamental Principles of Mathematical Sciences, vol. 296, Springer-Verlag, Berlin, 1992.

D. Gilbarg y N. S. Trudinger, “*Elliptic partial differential equations of second order*”, Springer-Verlag, Berlin-New York, 1977, vol. 224.

S. Montiel y A. Ros, “*Curves and surfaces*”, Graduate texts in mathematics, vol. 69, AMS- RSME, 2005.

R. Osserman. “*A survey of minimal surfaces*”, vol. 1, Cambridge Univ. Press, New York (1989).

J. Pérez, “*Superficies mínimas y de curvatura media constante en  $R^3$* ”, notas basadas en un curso de doctorado impartido por F. Martín y J. Pérez, disponibles en [este enlace](#).

*Otras referencias (si procede):*

C. J. da Costa, “*La geometría de las películas de jabón: superficies mínimas*”, Gaceta RSME, vol. 2 (1999), 215-236.

A. Ros, “*Mi primer problema de Plateau*”, Gaceta RSME, vol. 2 (1999), 474-477.



Firma del estudiante  
(solo para trabajos propuestos por estudiantes)



Firma del responsable de tutorización  
(solo para trabajos propuestos por estudiantes)

Firma del responsable de cotutorización  
(solo para trabajos propuestos por estudiantes)

En, Granada, a 12 de mayo de 2022