



2022-2023

Propuesta de Trabajo Fin de Grado en Matemáticas (curso ~~2021-2022~~)

Responsable de tutorización: Juan de Dios Pérez

Departamento: Geometría y Topología

Correo electrónico: jdperez@ugr.es

Responsable de cotutorización:

Departamento:

Correo electrónico:

(Rellenar sólo en caso de que la propuesta esté realizada a través de un estudiante)

Estudiante que propone el trabajo: Antonio Jesús Lonje López

Título del trabajo: Una introducción a los espacios de proximidad

Tipología del trabajo (marcar una o varias de las siguientes casillas):

- Complementario de profundización
- Divulgación de las Matemáticas
- Docencia e innovación
- Herramientas informáticas
- Iniciación a la investigación

Materias del grado relacionadas con el trabajo: Topología I

Descripción y resumen de contenidos:

El germen de la teoría de espacios de proximidad se debe a Riesz en 1908. En los primeros años de la pasada década de los 50, Efremovic caracterizó axiomáticamente la relación de proximidad "A es cercano a B", para subconjuntos A y B de un conjunto X, siendo una generalización natural de los espacios métricos y los grupos topológicos. Definiendo la clausura de un subconjunto A de X como el conjunto de todos los puntos de X "cercaos a" A, Efremovic probó que se puede introducir una topología en un espacio de proximidad, obteniendo, de hecho un espacio completamente regular. Probó, además, que todo espacio completamente regular X puede convertirse en un espacio de proximidad con la ayuda de la función de Urysohn. Smirnov demostró que todo espacio completamente regular tiene asociado un espacio de proximidad maximal y uno minimal si y solo si es compacto.

También se pueden considerar aplicaciones de proximidad entre espacios de proximidad que conserven la proximidad de conjuntos, que serían las análogas naturales de las aplicaciones continuas entre espacios topológicos. De hecho, una aplicación de proximidad entre espacios de proximidad es continua respecto de las topologías inducidas. Se demuestra que el recíproco es cierto si el espacio de proximidad dominio es equinormal.

Actividades a desarrollar:

- *Definición de cercanía para subconjuntos de un conjunto y de relación de proximidad sobre dicho conjunto.*
- *Introducción de una topología en un espacio de proximidad. Ejemplos y propiedades.*
- *Aplicaciones de proximidad entre espacios de proximidad y relación con la continuidad de dichas aplicaciones entre los correspondientes espacios topológicos. Delta-homeomorfismos entre espacios de proximidad.*
- *Subespacios de proximidad y productos de espacios de proximidad*

Objetivos matemáticos planteados

Semejanzas y diferencias entre los conceptos de espacio topológico y espacio de proximidad.

Relación entre los conceptos de aplicación continua entre espacios topológicos y aplicación de proximidad entre espacios de proximidad.

Comprensión del concepto de invariante de proximidad.

Bibliografía para el desarrollo matemático de la propuesta:

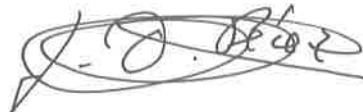
- S.A. Naimpaly and B.D. Warrack, Proximity spaces, Cambridge Tracts in Mathematics and Mathematical Physics, No. 59. Csmbridge University Press. 1970.
- W.J. Pervin, "Equinormal proximity spaces", Indag. Math., 26 (1964), 152-154.
- Y.M. Smirnov, "On proximity spaces", Amer. Math. Soc. Transl., Ser. 2, 38(1952),5-35.

Otras referencias (si procede):

Firma del estudiante
(solo para trabajos propuestos por alumnos)



Firma del responsable de tutorización
(solo para trabajos propuestos por estudiantes)



Firma del responsable de cotutorización
(solo para trabajos propuestos por estudiantes)

En, Granada, a 16 de Mayo de 2022