



Propuesta de Trabajo Fin de Grado en Matemáticas (curso 2022-2023)

Responsable de tutorización: Eduardo Nieto Arco

Departamento: Análisis Matemático

Área de conocimiento: Análisis Matemático

Responsable de cotutorización:

Departamento:

Área de conocimiento:

(Rellenar sólo en caso de que la propuesta esté realizada a través de un estudiante)

Estudiante que propone el trabajo:

Título del trabajo: INTRODUCCIÓN A LOS ESPACIOS VECTORIALES TOPOLÓGICOS

Tipología del trabajo (marcar una o varias de las siguientes casillas):

Complementario de profundización

Divulgación de las Matemáticas

Docencia e innovación

Herramientas informáticas

Iniciación a la investigación

Materias del grado relacionadas con el trabajo: Cálculo I y II, Análisis Matemático I y II, Topología I, Análisis Funcional.

Descripción y resumen de contenidos:

A partir de los espacios normados y de los espacios de Hilbert se puede avanzar en el camino de la abstracción. El hecho de que en tales espacios las operaciones suma y producto por escalar son continuas en la topología de la norma, sirve como justificación para introducir la noción más general y abstracta de espacio vectorial topológico (EVT). La caracterización de las bases de los entornos de cero permite, sin excesiva dificultad, presentar una amplia colección de ejemplos de EVT.

La precompacidad, la complitud y la continuidad uniforme son conceptos asociados a la uniformidad de un EVT. Cabe destacar la caracterización de los conjuntos compactos como aquellos que son simultáneamente precompactos y completos, así como el Teorema de Ascolí-Arzelá, que caracteriza los subconjuntos relativamente compactos del espacio $C(K)$, donde K es un espacio topológico compacto y Hausdorff.

La acotación en un EVT y su relación con las aplicaciones lineales y continuas entre EVT, intenta seguir un paralelismo con lo sucedido para espacios normados. Utilizando el concepto de acotación, se consigue una caracterización de los EVT normables, debida a Kolmogorov, la cual nos lleva a la clase de los espacios localmente convexos (ELC).

La importancia de los EVT metrizable queda de manifiesto con el criterio de metrizabilidad de

Birkhoff-Kakutani. Aparece de forma bastante natural los F-espacios (EVT metrizable y completos), en los cuales la complitud coincide con la complitud secuencial.

Actividades a desarrollar:

- Localizar en la bibliografía propuesta, los conceptos y resultados a tener en cuenta.
- Organizar los resultados y conceptos para que el trabajo sea auto-contenido.
- Desarrollar el contenido, completando aquellos aspectos que lo requieran.

Objetivos matemáticos planteados

Descripción general de los EVT y de conceptos tales como precompacidad, complitud, acotación.

Relacionar los EVT con los espacios normados y métricos a través de los Teoremas de Kolmogorov y de Birkhoff-Kakutani.

Bibliografía para el desarrollo matemático de la propuesta:

- Bachman, G. y Narici, L.: *Análisis Funcional*. Tecnos, 1981.
- Brown, A. L. and Page, A.: *Elements of Functional Analysis*. Van Nostrand, London, 1970.
- Conway, J.: *A Course in Functional Analysis*. Springer-Verlag, New York, 1985.
- Larsen, R.: *Functional Analysis, an introduction*. Marcel Dekker, New York, 1973.
- Pedersen, G. K.: *Analysis Now*. Springer-Verlag, New York, 1988.
- Rudin, W.: *Análisis Funcional*. Reverté, Barcelona, 1979.
- Schaefer, H.: *Topological Vector Spaces*. Springer-Verlag, New York, 1971.
- Valdivia, M.: *Análisis Matemático V*. U.N.E.D., Madrid, 1979.
- Wilansky, A.: *Functional Analysis*. Blaisdell, New York, 1964.
- Wilansky, A.: *Topology for Analysis*. John Wiley and Sons, New York, 1970.
- Wilansky, A.: *Modern Methods in Topological Vector Spaces*. Mc Graw-Hill, New York, 1978.

Otras referencias (si procede):

Firma del estudiante
(solo para trabajos propuestos por alumnos)

Firma del responsable de tutorización
(solo para trabajos propuestos por estudiantes)

Firma del responsable de cotutorización
(solo para trabajos propuestos por estudiantes)

En, Granada, a de de 2022