



Propuesta de Trabajo Fin de Grado en Matemáticas (curso 2022-2023)

Responsable de tutorización: María Dolores Martínez Miranda
Departamento: Estadística e Investigación Operativa
Correo electrónico: mmiranda@ugr.es

Responsable de cotutorización:
Departamento:
Correo electrónico:

(Rellenar sólo en caso de que la propuesta esté realizada a través de un estudiante)
Estudiante que propone el trabajo:

Título del trabajo: Estimación no paramétrica de densidades. Fundamentos y aplicaciones en R.

Tipología del trabajo (marcar una o varias de las siguientes casillas):

X Complementario de profundización

Divulgación de las Matemáticas

Docencia e innovación

X Herramientas informáticas

X Iniciación a la investigación

Materias del grado relacionadas con el trabajo: Probabilidad, Inferencia Estadística, Estadística Computacional

Descripción y resumen de contenidos:

La inferencia no paramétrica constituye una herramienta flexible que permite descubrir y describir estructuras subyacentes en los datos. De ahí que sus principios sean claves en disciplinas en auge como *Data Science* o *Machine Learning*. Si bien en sus inicios pudo asociarse con la pura exploración de datos, hoy en día la inferencia no paramétrica ha alcanzado la madurez suficiente como para dar respuestas integrales a problemas complejos en todos los ámbitos de la ciencia, dentro del contexto formal de la Estadística Matemática.

Esta propuesta se dirige a un problema “canónico” de la Estadística. Se trata de comprender el proceso de generación de los datos que generó la muestra que tenemos. Para ello el foco se pone en la estimación de la función de densidad, función clave ya que proporciona una descripción completa de la población. En cursos básicos de Inferencia Estadística esta función se ha estimado usando modelos paramétricos, idealmente por máxima-verosimilitud. La inferencia no paramétrica se presenta como una alternativa más flexible donde se otorga a los datos un papel central.

El estimador no paramétrico de la densidad más básico es el histograma. Un análisis de sus propiedades revela problemas importantes (no es suave, sensible al origen, amplitud de los intervalos). Se trata de un estimador ineficiente. El estimador tipo núcleo (*kernel*) resuelve los problemas del histograma y se muestra como una solución eficiente al problema planteado.

Actividades a desarrollar:

1. Revisión de los aspectos teóricos.
2. Implementación computacional: estudio de herramientas disponibles R y creación de funciones originales en su caso.
3. Aplicaciones con datos reales y datos simulados.
4. Elaboración de las conclusiones del trabajo y reflexión sobre limitaciones y extensiones de la metodología considerada.

Objetivos matemáticos planteados

Estudio de las propiedades teóricas del histograma: sesgo y varianza

Estudio de las propiedades teóricas de estimador núcleo: sesgo, varianza y distribución límite

Formulación del problema de selección del parámetro de suavizado: compensación entre sesgo y varianza. Obtención del parámetro de suavizado óptimo

Estimación del parámetro de suavizado óptimo: selectores automáticos y propiedades

Análisis de las propiedades del estimador núcleo en la frontera.

Bibliografía para el desarrollo matemático de la propuesta:

- Fan, J. y Gijbels, I. (1996). *Local polynomial modelling and its applications*. Chapman and Hall, London.
- García Portugués, E. (2022). *Notes for Nonparametric Statistics*. Version 6.5.9. ISBN 978-84-09-29537-1. <https://bookdown.org/egarpor/NP-UC3M/>
- Wand, M. P. y Jones, M. C. (1995). *Kernel Smoothing*. Chapman and Hall, London.
- Wasserman, L. (2006). *All of Nonparametric Statistics*. Springer Texts in Statistics. Springer-Verlag, New York.

Otras referencias:

- Duong, T. (2018). ks: Kernel Smoothing. R package version 1.11.7.
- Hayfield, T. y Racine, J.S. (2008). Nonparametric Econometrics: The np Package. *Journal of Statistical Software*, 27(5).
- Wand, M. (2021). KernSmooth: Functions for Kernel Smoothing Supporting Wand & Jones (1995). R package version 2.23-20. <https://CRAN.R-project.org/package=KernSmooth>

Firma del estudiante
(solo para trabajos propuestos por alumnos)

Firma del responsable de tutorización
(solo para trabajos propuestos por estudiantes)

Firma del responsable de cotutorización
(solo para trabajos propuestos por estudiantes)

En, Granada, a de de 2022