

Propuesta de Trabajo Fin de Grado en Matemáticas (curso 2022-2023)

Responsable de tutorización: Margarita Arias López

Departamento: Matemática Aplicada

Correo electrónico: marias@ugr.es

Responsable de cotutorización:

Departamento:

Correo electrónico:

(Rellenar sólo en caso de que la propuesta esté realizada a través de un estudiante)

Estudiante que propone el trabajo: María Luisa Cano García

Título del trabajo: Sistemas lineales de Ecuaciones Diferenciales Ordinarias con coeficientes periódicos.

Tipología del trabajo (marcar una o varias de las siguientes casillas):

- Complementario de profundización
- Divulgación de las Matemáticas
- Docencia e innovación
- Herramientas informáticas
- Iniciación a la investigación

Materias del grado relacionadas con el trabajo: Ecuaciones Diferenciales I, Ecuaciones Diferenciales II, Geometría I, Geometría II.

Descripción y resumen de contenidos:

En muchas ocasiones surgen problemas en los que los datos son periódicos. En estos casos, suele ser habitual preguntarse si dichos problemas tienen también soluciones periódicas del mismo periodo. Un caso particular es el de las ecuaciones o sistemas de ecuaciones diferenciales lineales con coeficientes periódicos. Su estudio constituye uno de los tópicos clásicos en el campo de las ecuaciones diferenciales pero, por diferentes motivos, en la actualidad no se incluye de forma sistemática en el plan de estudios del Grado en Matemáticas de la UGR.

En este trabajo se pretende desarrollar la conocida como Teoría de Floquet y la Alternativa de Fredholm para este tipo de sistemas. El Teorema de Floquet permitirá analizar también su estabilidad. Se presentarán algunos ejemplos interesantes como la ecuación de Hill.

Actividades a desarrollar:

Tras introducir los conceptos básicos de matriz de monodromía y multiplicador característico y demostrar las primeras propiedades, se pasará a la demostración del Teorema de Floquet. Para ello será necesario conocer un logaritmo de matrices cuadradas que admiten una raíz. Se realizará esta construcción, que no es trivial dado que, al contrario que la exponencial, la serie de potencias de la función logaritmo real tiene un radio de convergencia finito.

Utilizando este teorema se realizará un estudio de la estabilidad de los sistemas con coeficientes periódicos y se estudiará el comportamiento asintótico de las soluciones de la ecuación de Hill.

A continuación se presentará la Alternativa de Fredholm para la ecuación completa. El esquema de demostración será la reducción al caso finito dimensional vía la fórmula de variación de las constantes.

Objetivos matemáticos planteados

1. Definición de matriz de monodromía y multiplicadores característicos. Primeras propiedades.
2. Enunciado y demostración del Teorema de Floquet. Logaritmo real de una matriz cuadrada.
3. Estabilidad de los sistemas con coeficientes periódicos. Un ejemplo: la ecuación de Hill.
4. Enunciado y demostración de la Alternativa de Fredholm para sistemas completos. El fenómeno de la resonancia lineal

Bibliografía para el desarrollo matemático de la propuesta:

F. Brauer and J.A. Nohel, The Qualitative Theory of Ordinary Differential Equations. An Introduction, Dover Publications Inc, 1989

E. A. Coddington and R. Carlson, Linear Ordinary Differential Equations. SIAM, 1997.

G. Floquet, Sur les equations differentielles lineaires a coefficients periodiques, Annales de l'Ecole Normale Supérieure 12: 47-88, (1883).

J. K. Hale, Ordinary Differential Equations, Dover Publications Inc, 2009.

Otras referencias (si procede):

Firma del estudiante
(solo para trabajos propuestos por estudiantes)

Firma del responsable de tutorización
(solo para trabajos propuestos por estudiantes)

En, Granada, a 16 de mayo de 2022.