



Propuesta de Trabajo Fin de Grado en Matemáticas (curso 2022–2023)

<i>Responsable de tutorización:</i> Antonio Martínez López <i>Departamento:</i> Geometría y Topología <i>Correo electrónico:</i> amartine@ugr.es
<i>Responsable de cotutorización:</i> <i>Departamento:</i> <i>Correo electrónico:</i>
<i>(Rellenar sólo en caso de que la propuesta esté realizada a través de un estudiante):</i> <i>Estudiante que propone el trabajo:</i> Álvaro Maldonado Bullejos

<i>Título del trabajo:</i> Geometrías sobre superficies. Introducción a la Geometría de un Universo
<i>Tipología del trabajo (marcar una de las siguientes casillas):</i> <input checked="" type="checkbox"/> <i>Complemento de profundización</i> <input type="checkbox"/> <i>Divulgación de las Matemáticas</i> <input type="checkbox"/> <i>Docencia e innovación</i> <input type="checkbox"/> <i>Herramientas informáticas</i> <input type="checkbox"/> <i>Iniciación a la investigación</i>
<i>Materias del grado relacionadas con el trabajo:</i> Geometría III, Geometría de Curvas y Superficies, Taller de Geometría y Topología, Topología II, Ecuaciones diferenciales I y II
<i>Descripción y resumen de contenidos:</i> <p>Los matemáticos y cosmólogos se han esforzado considerablemente en investigar la forma del universo. La geometría juega un papel fundamental en esta investigación y bajo suposiciones básicas sobre la naturaleza del espacio, existe una relación simple entre la geometría del universo y su forma. En realidad solo hay tres posibilidades para el tipo de geometría: geometría hiperbólica, geometría elíptica y geometría euclidiana. Estas son las geometrías que vamos a estudiar en este TFG, las cuales constituyen la teoría de variedades de curvatura constante y modelan las distintas variantes homogéneas de la geometría euclidiana. Históricamente, han sido la fuente de los principales conceptos del análisis complejo, geometría diferencial, topología y teoría de grupos.</p> <p>En este trabajo se probará que estas geometrías realizan todos los tipos topológicos de variedades bidimensionales compactas y servirán para introducir interesantes modelos de universos tridimensionales compactos. Pretendemos estructurar el mismo en el desarrollo de los siguientes contenidos:</p> <ul style="list-style-type: none">■ Superficies euclídeas, elípticas e hiperbólicas. Teorema de Killing-Hopf.■ Realización geométrica de las superficies compactas.■ Sobre variedades tridimensionales llanas.■ Algunos modelos de universos elípticos e hiperbólicos.



Actividades a desarrollar:

- Recopilación del material y estudio histórico del tema.
- Clasificación de las superficies euclídeas.
- Superficies elípticas e hiperbólicas.
- Realización geométrica de las superficies compactas.
- Ejemplos de 3-variedades llanas
- Modelos elípticos e hiperbólicos de 3-variedades

Objetivos matemáticos planteados

Recopilación de material y estudio histórico del tema

Realización geométrica de una superficie compacta

Algunos modelos para describir la geometría de un Universo.

Bibliografía

- [1] M. P. HITCHMAN, *Geometry with an introduction to Cosmic Topology*, (<http://mphitchman.com>, 2018 edition).
- [2] B. POLSTER, G. STEINKE, *Geometries on surfaces*, (Encyclopedia of Mathematics and its applications, Cambridge University Press, 2001).
- [3] J. STILLWELL, *Geometry of Surfaces*, (Springer, 1992).
- [4] J. R. WEEKS, *The Shape of the Space*, (Marcel Dekker , 2002).

Firma del estudiante

(sólo para trabajos propuestos por estudiantes)

Firma del responsable de tutorización

(sólo para trabajos propuestos por estudiantes)

Firma del responsable de cotutorización

(sólo para trabajos propuestos por estudiantes)



En Granada, a 6 de mayo de 2022.