



Propuesta de Trabajo Fin de Grado en Matemáticas (curso 2022-2023)

Responsable de tutorización: **Antonio Cañada Villar**

Departamento: **Análisis Matemático**

Correo electrónico: **acanada@ugr.es**

Responsable de cotutorización:

Departamento:

Correo electrónico:

(Rellenar sólo en caso de que la propuesta esté realizada a través de un estudiante)

Estudiante que propone el trabajo:

Título del trabajo: **Dimensión finita-Dimensión infinita: un estudio comparativo desde el punto de vista del Análisis Funcional.**

Tipología del trabajo (marcar una o varias de las siguientes casillas):

Complementario de profundización

Divulgación de las Matemáticas

Docencia e innovación

Herramientas informáticas

Iniciación a la investigación

Materias del grado relacionadas con el trabajo: **Análisis Funcional, Ecuaciones Diferenciales I y II, Topología I y II, Análisis de Fourier, Ecuaciones en Derivadas Parciales, Álgebra (Lineal).**

Descripción y resumen de contenidos: **La frase de D. Hilbert**

"The infinite. No other question has ever moved so profoundly the spirit of man" ,

puede servir como motivación de este trabajo. Hay muchas situaciones en Matemáticas y, en general en la Ciencia, donde “surge de manera natural la noción de infinito”. Tratar de describir todas estas situaciones parece una tarea imposible, por lo que es necesario concretar. Aquí “nos pondremos las gafas del Análisis Funcional” y trataremos de tener un conocimiento más profundo que el que se adquiere en los estudios de Grado sobre los “espacios de dimensión infinita”, haciendo un estudio comparativo con los de dimensión finita, desde diferentes puntos de vista: algebraico, topológico, diferentes conceptos de bases, etc.

Comenzaremos con la noción más básica: desde el punto de vista de las aplicaciones, ¿cómo surgen los espacios de dimensión infinita? ¿es posible encontrar, explícitamente, bases (algebraicas) de los mismos? Después pasaremos a los espacios normados de dimensión infinita. ¿Cuáles son las diferencias fundamentales, desde el punto de vista topológico, con los espacios normados de dimensión finita? Finalmente, describiremos “otros conceptos de bases” (como las bases hilbertianas), que pueden ser más apropiados para los espacios de dimensión infinita. Terminaremos con algunas aplicaciones, entre ellas, a ecuaciones

diferenciales ordinarias y en derivadas parciales, series de Fourier, etc.

Actividades a desarrollar:

El alumno estudiará, entenderá adecuadamente y redactará el contenido especificado en este trabajo, bajo la dirección del tutor, con la ayuda de la bibliografía y enlaces recomendados.

Objetivos matemáticos planteados

1. Origen histórico de los espacios vectoriales de dimensión infinita. Ejemplos de bases algebraicas.
2. Espacios normados de dimensión infinita. Diferencias topológicas fundamentales con los espacios normados de dimensión finita. Implicaciones del Teorema de Baire. Bases Hilbertianas.
3. Aplicaciones: Series de Fourier, Ecuaciones Diferenciales Ordinarias y en Derivadas Parciales.

Bibliografía para el desarrollo matemático de la propuesta:

BREZIS, H.: *Functional Analysis, Sobolev Spaces and Partial Differential Equations.* Springer, 2011.

CONWAY, J.K.: *A Course in Functional Analysis,* Springer-Verlag. New York, 1990.

DIEUDONNÉ, J.: *History of Functional Analysis.* North-Holland, Amsterdam, 1981.

MacCLUER, B.D.: *Elementary Functional Analysis.* Springer, 2009.

RINNE, P.R.; YOUNGSON, M.A.: *Linear Functional Analysis.* 2nd ed. Springer, 2008.

WILLEM, M.: *Functional Analysis. Fundamentals and Applications.* Birkhäuser, 2010.

Otras referencias:

Apuntes del Prof. Rafael Payá: <https://www.ugr.es/~rpaya/cursosanteriores.htm>

Apuntes del Prof. Javier Pérez: <https://www.ugr.es/~fjperez/apuntes.html>

K. E. Smith. Bases for infinite dimensional vector spaces,
<http://www.math.lsa.umich.edu/~kesmith/infinite.pdf>

L. Silberman. Notes/InfiniteDimensions.pdf

<https://personal.math.ubc.ca/~lior/>

<http://mathworld.wolfram.com/topics/FunctionalAnalysis.html>

<http://www-groups.dcs.st-and.ac.uk/~history/index.html>

https://encyclopediaofmath.org/wiki/Functional_analysis

Firma del estudiante
(solo para trabajos propuestos por alumnos)

Firma del responsable de tutorización
(solo para trabajos propuestos por estudiantes)

Firma del responsable de cotutorización
(solo para trabajos propuestos por estudiantes)

En, Granada, a de de 2022