



Propuesta de Trabajo Fin de Grado del Doble Grado en Física y Matemáticas (curso 2022-23)

Responsable de tutorización: Óscar Sánchez Romero

Correo electrónico: ossanche@ugr.es

Departamento: Matemática Aplicada

Área de conocimiento: Matemática Aplicada

Responsable de cotutorización:

Correo electrónico:

Departamento:

Área de conocimiento:

(Rellenar solo en caso de que la propuesta sea de un estudiante):

Estudiante que propone el trabajo: Pablo Adolfo Zamora Sánchez

Título: El teorema de Noether, formalización y aplicaciones.

Número de créditos: 6 ECTS 12 ECTS

Tipología del trabajo (marcar las casillas que correspondan):

1. Revisiones y/o trabajos bibliográficos sobre el estado actual de aspectos específicos relacionados con la titulación

2. Estudio de casos, teóricos o prácticos, relacionados con la temática de la titulación, a partir de material disponible en los centros

3. Trabajos experimentales, de toma de datos de campo, de laboratorio, etc.

4. Elaboración de nuevas prácticas de laboratorio

5. Elaboración de un informe o un proyecto en el ámbito del grado de naturaleza profesional

6. Trabajos relacionados con las prácticas externas

Descripción y resumen de contenidos:

Recientemente se ha celebrado el centenario de la publicación del clásico Teorema de Noether [5] relacionando simetrías y cantidades físicamente conservadas, conmemoración que ha dado lugar a distintas publicaciones [3, 7] y eventos [9] reevaluando el alcance y relevancia de este resultado. De hecho, este es un resultado en el que una relación extremadamente genérica proporciona en distintos ámbitos de la Física multitud de consecuencias relevantes. Sin embargo, esa generalidad requiere de una complejidad notacional que hace poco asequible el resultado. En este trabajo se propone abordar la formalización de este resultado y explorar en profundidad sus extensiones, consecuencias y limitaciones.

Actividades a desarrollar:

Para ello se propone empezar con una introducción donde se recordarán herramientas de Cálculo Variacional que el estudiante ha estudiado en “Modelos Matemáticos II” [4] y casos simples de aplicación del propio Teorema de Noether evitando aquellos que quizá haya estudiado en “Mecánica Analítica y de los Medios Continuos” [2, 6].

La formalización genérica del resultado requerirá de notación tensorial con la que el estudiante se tendrá que familiarizar ya que por lo general no se emplea en las asignaturas anteriores [1, 8]. Tras esto, se introducirá de manera exhaustiva el concepto de invarianza y se enunciará y demostrará el Teorema de Noether para continuar la memoria con un extenso catálogo de aplicaciones con el objetivo de ejemplificar y clarificar al máximo el enunciado de dicho resultado.

Este resultado ha sido extendido más allá de la formulación lagrangiana existiendo versiones del mismo teorema para campos lo que será objeto de estudio en la última parte de la memoria para completar la revisión de su alcance [1, 2, 3, 9].

Objetivos planteados

Recordar nociones de cálculo variacional y recopilar ejemplos no estudiados previamente.

Introducción a las invarianzas y ejemplos sencillos de cantidades conservadas asociadas.

Funcionales con múltiples integrales, tensores

Definición de Invarianza y Teorema de Noether

Aplicaciones con origen en la Física

Invarianzas de campos, Teorema de Noether para campos.

Bibliografía

- [1] F.W. BYRON, R.W. FULLER, *Mathematics of Classical and Quantum Physics*, Dover, USA, 1992.
- [2] E.A. DESLOGE, *Classical Mechanics Vol. 2*, John Wiley & Sons, USA, 1986.
- [3] D.E. NEUENSCHWANDER, *Emmy Noether’s Wonderful Theorem*, The Johns Hopkins University Press, Baltimore, 2011.
- [4] J.J. NIETO, *Modelos Matemáticos II para Grado en Matemáticas*, notas de clase sin publicar.
- [5] E. NOETHER, *Invariant Variation Problems*, *Transport Theory and Statistical Physics*, 1:3, 186-207, 1971. M. A. Tavel, English translation of “Invariante Variationsprobleme”, *Nachr. d. König. Gesellsch. d. Wiss. zu Göttingen, Math-phys. Klasse*, 235–257 (1918).
- [6] A. MOLINA CUEVA, *Fundamentos de Mecánica Analítica y de los Medios Continuos*, Ed. técnica Avicam, Granada, 2020.
- [7] G. SARDANASHVILY, *Noether’s Theorems Applications in Mechanics and Field Theory*, Atlantis Press, 2016.
- [8] M. SPIVAK, *Calculus on Manifolds*, CRC Press Taylor & Francis Group, Boca Raton, 2018.
- [9] The Philosophy and Physics of Noether’s Theorems, A centenary Conference on the 1918 work of Emmy Noether celebrado en Londres (UK) en 2018.

Firma del estudiante

Firma del responsable de tutorización

En Granada, a 20 de mayo de 2022.