



**Propuesta de Trabajo Fin de Grado del Doble Grado en Física y Matemáticas  
(curso 2022-2023)**

*Responsable de tutorización:* Alfonso Romero Sarabia

*Correo electrónico:* aromero@ugr.es

*Departamento:* Geometría y Topología

*Área de conocimiento:* Geometría y Topología

*(Rellenar sólo en caso de que la propuesta esté realizada a través de un estudiante)*

*Estudiante que propone el trabajo:* Jorge Javier Ortiz Pozo

*Título:* Extendibilidad de las trayectorias de partículas relativistas sometidas a un campo electromagnético en un espaciotiempo estacionario

*Número de créditos:* 12 ECTS

*Tipología del trabajo (marcar una o varias de las siguientes casillas):*

1. Revisiones y/o trabajos bibliográficos sobre el estado actual de aspectos específicos relacionados con la titulación
2. Estudio de casos, teóricos o prácticos, relacionados con la temática de la titulación, a partir del material disponible en los centros (iniciación a la investigación).
3. Trabajos experimentales, de toma de datos de campo, de laboratorio, etc.
4. Elaboración de nuevas prácticas de laboratorio
5. Elaboración de un informe o un proyecto en el ámbito del grado de naturaleza profesional
6. Trabajos relacionados con las prácticas externas

*Descripción y resumen de contenidos:*

Se pretende analizar en detalle la nueva técnica introducida en [3] para el estudio de la completitud de trayectorias electromagnéticas inextensibles de un campo electromagnético sobre un espaciotiempo estacionario. Se van a buscar condiciones suficientes sobre un campo electromagnético en un espaciotiempo estacionario de dimensión  $n$  que nos aseguren que el espaciotiempo de Kaluza-Klein asociado, de dimensión  $n+1$ , es también estacionario. El problema de la completitud de las trayectorias electromagnéticas se reducirá entonces a la completitud geodésica temporal del espaciotiempo de Kaluza-Klein asociado. Se compararán técnica y resultados con los obtenidos en [2].

*Actividades a desarrollar:*

1. Geometría de espaciotiempos relativistas [4].
2. Dinámica de partículas relativistas. Estudio de la ecuación de la fuerza de Lorentz [6].
3. Fibrados principales sobre una variedad diferenciable: caso especial en el que el grupo estructural es  $S^1$  [1].
4. Subersiones semi-riemánicas [4].
5. El fibrado de Kaluza-Klein sobre un espaciotiempo con un campo electromagnético [1].
6. Completitud de las trayectorias electromagnéticas vía el mecanismo de Kaluza-Klein: caso de un espaciotiempo estacionario [3] (comparando con [2], [5]).

*Objetivos planteados*

1. Dinámica de partículas relativistas. La ecuación de la fuerza de Lorentz: existencia y unicidad de soluciones.
2. Construcción de fibrados principales sobre una variedad diferenciable: caso especial en el que el grupo estructural es  $S^1$ .
3. Estudio de submersiones semi-riemánianas, sus ecuaciones y tensores.
4. Construcción del fibrado de Kaluza-Klein sobre un espaciotiempo con un campo electromagnético.
5. Estudio de la completitud de las trayectorias electromagnéticas inextensibles vía el mecanismo de Kaluza-Klein: caso de un espaciotiempo estacionario.

***Bibliografía básica:***

[1] Bleecker, D., *Gauge Theory and Variational Principles*, Addison-Wesley Pub. Co, 1981.

[2] Candela, A.M., Romero, A. and Sánchez, M., Completeness of trajectories of relativistic particles under stationary magnetic fields, *Int. J. Geom. Methods Mod. Phys.* **10** (2013), 1360007 (1-8).

[3] De la Fuente, D. and Romero, A., Completeness of inextensible electromagnetic trajectories in a stationary spacetime, *J. Geom. Phys.* **117** (2017), 144-150.

[4] O'Neill, B., *Semi-Riemannian Geometry with Applications to Relativity*, Academic Press, 1983.

[5] Romero, A., *An introduction to certain topics on Lorentzian geometry*, Atlantis Press, 2017, 259-284.

[6] Sachs, R.K. and Wu, H., *General Relativity for Mathematicians*, Grad. Text. in Math., **48**, Springer-Verlag, 1977.

Firma del estudiante  
(solo para trabajos propuestos por estudiantes)

A handwritten signature in black ink, appearing to read "Jorge". The signature is written in a cursive style with a horizontal line above the first few letters.

Firma del responsable de tutorización  
(solo para trabajos propuestos por estudiantes)

Firma del responsable de cotutorización (*en su caso*)  
(solo para trabajos propuestos por estudiantes)

En Granada, a    de    de 2022