



Propuesta de Trabajo Fin de Grado en Física

Tutor/a:	Ignacio Sánchez Rodríguez
Departamento y Área de Conocimiento:	Geometría y Topología
Correo electrónico:	ignacios@ugr.es
Cotutor/a:	
Departamento y Área de Conocimiento:	
Correo electrónico:	

Título del Trabajo:	Geometría y física de las transformaciones de Moebius				
Tipología del Trabajo: <i>(Segun punto 3 de las Directrices del TFG aprobadas por Comisión Docente el 10/12/14)</i>	<i>(Marcar con X)</i>	1. Revisión bibliográfica	X	4. Elaboración de nuevas prácticas de laboratorio	
		2. Estudio de casos teórico-prácticos	X	5. Elaboración de un proyecto	
		3. Trabajos experimentales		6. Trabajo relacionado con prácticas externas	

Breve descripción del trabajo:

Las transformaciones de Moebius se definen como las funciones complejas fraccionarias: $f(z) = (az+b) / (bz+d)$, $ad-bc \neq 0$. Estas funciones se pueden considerar transformaciones del plano complejo extendido, caracterizándose como el grupo de biyecciones conformes de la esfera de Riemann. Un hecho especialmente relevante para la física es que el grupo de transformaciones (propias) de Lorentz del espaciotiempo 4-dimensional es isomorfo al grupo de transformaciones de Moebius.

Objetivos planteados:

Caracterizar $SL(2, \mathbb{C})$ como el recubrimiento doble del grupo de Moebius y este, a su vez, como el grupo proyectivo del espacio proyectivo complejo unidimensional.
Familiarizarse con las propiedades básicas de las transformaciones de Moebius.
Establecer y comprender la correspondencia entre transformaciones de Moebius y transformaciones conformes de la esfera.
Establecer el isomorfismo entre el grupo de Lorentz propio y el grupo de Moebius.
Relacionar las transformaciones de Moebius sobre la esfera con los cambios entre sistemas de referencia inerciales de la Teoría de la Relatividad (Nota: Se considera conveniente haber cursado la asignatura de Relatividad General).

Metodología:

Una fase inicial, dirigida estrechamente por el tutor, hará que el/la alumno/a comprenda los diferentes escenarios matemáticos que están implicados en el trabajo.
Una segunda fase consistirá en la elaboración de una base bibliográfica para el estudio que se propone, abarcando los aspectos matemáticos, geométricos y físicos.
Una tercera fase es la organización y el desarrollo de los contenidos del trabajo, cuidando los aspectos de la intuición geométrica, la manipulación algebraica y la aplicación a la física.
Se usará el programa Latex para realizar la memoria del trabajo.
Durante el desarrollo del trabajo, el/la alumno/a se reunirá periódicamente con el tutor para comprobar la marcha del trabajo y resolver dificultades.

Bibliografía:

- M.J. Ablowitz, A.S. Fokas, *Complex Variables: Introduction and Applications*, (Cambridge University Press, 2003).
L.V. Ahlfors, *Complex Analysis*, (McGraw-Hill, 1979).
T. Needham, *Visual Complex Analysis*, (Oxford University Press, 1998).
W.M. Oliva, *Geometric Mechanics*, (Springer, Berlin, 2004).
S. Sternberg, *Group theory and physics*, (Cambridge University Press, 1995).





UNIVERSIDAD
DE GRANADA



Facultad de Ciencias
Sección de Físicas

A rellenar sólo en el caso que el alumno sea quien realice la propuesta de TFG
Alumno/a propuesto/a:

Granada, 22 de mayo 2022

Sello del Departamento

Firma (1): IGNACIO SÁNCHEZ RODRÍGUEZ
En calidad de: Personal Docente e Investigador - UGR

Campus Fuentenueva
Avda. Fuentenueva s/n
18014 Granada



Comisión Docente de Físicas
Facultad de Ciencias

Este documento firmado digitalmente puede verificarse en <https://sede.ugr.es/verifirma/>
Código seguro de verificación (CSV): **F92CB430D8A3A490859869527C799CC8**

22/05/2022 - 20:02:00
Pág. 2 de 2