



Universidad de Granada

GRADO EN ESTADÍSTICA
PROPUESTA DE TEMA PARA TRABAJOS FIN DE GRADO
CURSO ACADÉMICO 2021/2022

Título del trabajo: <i>Medidas doblemente estocásticas, operadores de Markov y Cópulas</i>
Tutor: Manuel Díaz Carrillo Correo electrónico: madiaz@ugr.es
Departamento responsable: Análisis Matemático
Perfil y número de estudiantes al que va dirigido: 1 <i>(Rellenar sólo en caso de que la propuesta esté realizada a través de estudiante)</i>
Estudiante que propone el trabajo (Nombre, Apellidos, DNI):
Tipo de trabajo 9
Competencias <i>(estas son las mínimas; consultar (**) si se considera añadir otras)</i> <i>Competencias generales:</i> G02, G03, G04, G05, G06, G07, G08, G09. <i>Competencias específicas:</i> E01, E02, E03, E04, E05, E07, E08, E09, E10.
Resultados de aprendizaje <i>(estos son los mínimos; añadir otros si se considera)</i> <ul style="list-style-type: none">• Adquirir competencias globales ligadas al desarrollo y aplicación de los conocimientos del Grado.• Adquirir competencias ligadas a la búsqueda y organización de información y documentación relevante sobre el tema objeto de estudio.• Aplicar un nivel alto de lectura de inglés científico.• Aplicar conocimientos de Métodos Matemáticos Avanzados.• Aplicar el “pensamiento estadístico” y tener capacidad para enfrentarse a las distintas etapas de un estudio estadístico (desde el planteamiento del problema hasta la exposición de resultados).• Saber presentar, de forma escrita y oral, la memoria, los resultados y las conclusiones del trabajo realizado.
Antecedentes y resumen del tema propuesto: <p>Si I es el intervalo unidad y m la medida de Lebesgue en I, una medida de probabilidad p en $I \times I$ se dice doblemente estocástica si $p(A \times I) = p(I \times A) = m(A)$ para todo subconjunto de Borel A de I.</p> <p>Un operador de Markov T es un operador lineal positivo en el espacio de Hilbert real L_2, tal que $T1 = T^*1 = 1$. Existe una biyección entre el conjunto M de todas las medidas doblemente estocásticas y el conjunto de todos los operadores T de Markov. Por otra parte, toda cópula (función en el cuadrado unidad que relaciona la función de distribución conjunta con las funciones marginales), tiene asociada unívocamente una medida doblemente estocástica. Se establece por tanto, una biyección entre los tres conceptos.</p>



Breve descripción de las actividades presenciales y no presenciales a realizar:

Actividades presenciales (15-30%)	Planteamiento, orientación y supervisión	89 horas
	Exposición del trabajo	1 horas
	Otras:	
Actividades no presenciales (70-85%)	Preparación del trabajo	130 horas
	Elaboración de la memoria	80 horas
	Otras:	
Total (12 ECTS)		300 horas

Objetivos que se pretenden alcanzar:

Objetivos:

- 1.- Describir la biyección entre medidas doblemente estocásticas y operadores de Markov.
- 2.- Definir la topología en \mathbf{M} como la topología débil para operadores en L_2 , donde M es compacto.
- 3.- Analizar la situación en el caso de considerar operadores en el espacio de Banach de las funciones medibles esencialmente acotadas en I .
- 4.- Identificar las medidas doblemente estocásticas con la traza de un par de funciones que conservan la medida de Lebesgue en I .
- 5.- Aplicaciones: Estudiar el isomorfismo entre operadores de Markov, Cópulas y Medidas doblemente estocásticas. Describir los operadores de Markov como versión de la esperanza condicional de $f_0 Y$ dada X , siendo X, Y variables aleatorias definidas sobre un mismo espacio de probabilidad y f una función medible.

Actividades a desarrollar:

Revisión de la bibliografía propuesta. Repaso de los conceptos matemáticos y resultados previos para abordar los temas propuestos. Localización de los objetivos. Planteamiento y desarrollo de los contenidos de cada objetivo.

Objetivos matemáticos planteados

Presentación y relación de los conceptos: medidas doblemente estocásticas, funciones que preservan la medida, espacios de Hilbert L_2 , Operadores de Markov, presentación y propiedades básicas de las cópulas como funciones que relacionan la distribución conjunta y las medidas asociadas a cada cópula.

Objetivo central del trabajo:

**Describir el isomorfismo: medidas doblemente estocásticas<->
<->Operadores de Markov<->Cópulas**



Bibliografía básica para la puesta en marcha del trabajo: <ol style="list-style-type: none">1. Rudin, W.: Functional Analysis. Mc. Graw-Hill, Singapore, 1987.2. Olsen, E.T., Darsow, W.F., Nguyen, B.: Copulas and Markov Operators. Proceedings of the Conference on Distributions with Fixed Marginals and Related Topics. IMS Lectures Notes, Monogr. Ser. Vol 28 (1996) 244-259.3. Billingsley, P. Probability and Measure. 3rd. ed. J. Wiley , NY, 1991.4. Darson, W.F., Nguyen, B., Olsen, E.F.: Copulas and Markov process. <i>Illinois J. Math.</i> 35 (1992) 600-642.5. Jaworski, P., Durante, F., Hardle, W., Rychlik, T. editors. Copulas Theory and its Applications. Lectures Notes in Statistics-Proceeding. Springer-Berlin-Hidelberg, 2010.6. Mikusinski, P., Taylor, M.D.: Markov operators and n-copulas. <i>Ann. Polon. Math.</i> 96 (1) (2009)

Tipo de trabajo (*):

1. Estudio de profundización en algún tema concreto de Estadística, o como proyecto de aplicación de la misma a estudios o problemas de otros ámbitos científicos o sociales.
2. Realización completa de todas las fases de un proyecto estadístico, bien con auxilio de prácticas en empresas o con prácticas propuestas y dirigidas por el tutor.
3. Estudio de casos, teóricos o prácticos, relacionados con la Estadística.
4. Elaboración de un informe o un proyecto de naturaleza profesional.
5. Elaboración de un plan de empresa.
6. Simulación de encargos profesionales.
7. Trabajos bibliográficos sobre el estado actual de una temática relacionada con la Estadística.
8. Creación y/o empleo de herramientas informáticas para su uso en Estadística.
9. Trabajos de inicio a la investigación.
10. Trabajos cuya finalidad sea la divulgación de la Estadística en diversos contextos.
11. Trabajos sobre Historia de la Estadística.
12. Trabajos relacionados con la docencia de la Estadística.



Competencias (**)

Competencias generales:

G01. Poseer los conocimientos básicos de los distintos módulos que, partiendo de la base de la educación secundaria general, y apoyándose en libros de texto avanzados, se desarrollan en la propuesta de título de Grado en Estadística que se presenta.

G02. Saber aplicar los conocimientos básicos de cada módulo a su trabajo o vocación de una forma profesional y poseer las competencias que suelen demostrarse por medio de la elaboración y defensa de argumentos y la resolución de problemas dentro de la Estadística y ámbitos en que esta se aplica directamente.

G03. Saber reunir e interpretar datos relevantes para emitir juicios que incluyan una reflexión sobre temas relevantes de índole social, científica o ética.

G04. Poder transmitir información, ideas, problemas y sus soluciones, de forma escrita u oral, a un público tanto especializado como no especializado.

G05. Haber desarrollado aquellas habilidades de aprendizaje necesarias para emprender estudios posteriores con un alto grado de autonomía.

G06. Saber utilizar herramientas de búsqueda de recursos bibliográficos.

G07. Poder comunicarse en otra lengua de relevancia en el ámbito científico.

G08. Poseer habilidades y aptitudes que favorezcan el espíritu emprendedor en el ámbito de aplicación y desarrollo de su formación académica.

G09. Fomentar y garantizar el respeto a los Derechos Humanos, a los principios de accesibilidad universal, igualdad, y no discriminación; y los valores democráticos, de la cultura de la paz y de igualdad de género.

Competencias específicas:

E01. Conocer los fundamentos básicos del razonamiento estadístico, en el diseño de estudios, en la recogida de información, en el análisis de datos y en la extracción de conclusiones.

E02. Conocer, saber seleccionar y saber aplicar, técnicas de adquisición de datos para su tratamiento estadístico.

E03. Conocer los fundamentos teóricos y saber aplicar modelos y técnicas estadísticas en estudios y problemas reales en diversos ámbitos científicos y sociales.

E04. Saber seleccionar los modelos o técnicas estadísticas para su aplicación en estudios y problemas reales en diversos ámbitos científicos y sociales, así como conocer herramientas de validación de los mismos.

E05. Comprender la importancia de la Investigación Operativa como metodología de optimización, toma de decisiones y diseño de modelos particulares para la resolución de problemas en situaciones específicas.



Universidad de Granada

**GRADO EN ESTADÍSTICA
PROPUESTA DE TEMA PARA TRABAJOS FIN DE GRADO
CURSO ACADÉMICO 2021/2022**

- E06.** Comprender y utilizar básicamente el lenguaje matemático.
- E07.** Conocer los conceptos y herramientas matemáticas necesarias para el estudio de los aspectos teóricos y prácticos de la Probabilidad, la Estadística y la Investigación Operativa.
- E08.** Conocer y saber utilizar aplicaciones informáticas de análisis estadístico, cálculo numérico y simbólico, bases de datos, visualización gráfica y optimización, que sean útiles para la aplicación y desarrollo de las técnicas estadísticas.
- E09.** Conocer los conceptos básicos y habilidades propias de un ámbito científico o social en el que la Estadística o la Investigación operativa sean una herramienta fundamental.
- E10.** Tomar conciencia de la necesidad de asumir las normas de ética profesional y las relativas a la protección de datos y del secreto estadístico, como premisas que deben guiar la actividad profesional como profesionales de la Estadística.