



Propuesta de Trabajo Fin de Grado en Matemáticas (curso 2021-2022)

Responsable de tutorización: Miguel Ángel Piñar González

Departamento: Matemática Aplicada

Correo electrónico: mpinar@ugr.es

Responsable de cotutorización:

Departamento:

Correo electrónico:

(Rellenar sólo en caso de que la propuesta esté realizada a través de un estudiante)

Estudiante que propone el trabajo: Patricia Vega Jiménez

Título del trabajo: Armónicos esféricos en análisis de imágenes

Tipología del trabajo (marcar una o varias de las siguientes casillas):

Complementario de profundización

Divulgación de las Matemáticas

Docencia e innovación

Herramientas informáticas

Iniciación a la investigación

Materias del grado relacionadas con el trabajo: Métodos Numéricos

Descripción y resumen de contenidos:

Los armónicos esféricos son funciones especiales definidas en la superficie de una esfera que a menudo se emplean para resolver ecuaciones en derivadas parciales en muchos campos científicos y fueron introducidos por primera vez por Pierre Simon de Laplace en 1782.

Los armónicos esféricos forman un conjunto completo de funciones ortogonales sobre la superficie de la esfera, y de este modo, cada función de cuadrado integrable sobre la superficie de una esfera se puede escribir como una suma de estos armónicos esféricos.

Los armónicos esféricos se originan al resolver la ecuación de Laplace en los dominios esféricos. Toman su forma más simple en coordenadas cartesianas, donde se pueden definir como polinomios homogéneos de grado adecuado en (x, y, z) que obedecen a la ecuación de Laplace.

Los armónicos esféricos son importantes en muchas aplicaciones teóricas y prácticas, incluida la representación de campos electromagnéticos y electrostáticos multipolares, configuraciones electrónicas, campos gravitacionales, geoides, campos magnéticos de cuerpos planetarios y estrellas, y la radiación cósmica de fondo de microondas. En los gráficos por computadora en 3D, los armónicos esféricos juegan un papel en una amplia variedad de temas, incluida la iluminación indirecta (oclusión ambiental, iluminación global, transferencia de radiación precalculada, etc.) y el modelado de formas 3D. Es en este último campo donde vamos a centrar nuestras aplicaciones.

Actividades a desarrollar:

En este trabajo de fin de grado introduciremos los armónicos esféricos a partir de la expresión en coordenadas esféricas de la ecuación de Laplace. Estudiaremos sus propiedades más importantes y finalmente analizaremos su aplicación en problemas de imagen 3D, en concreto problemas de

iluminación realista.

Objetivos matemáticos planteados

La ecuación de Laplace

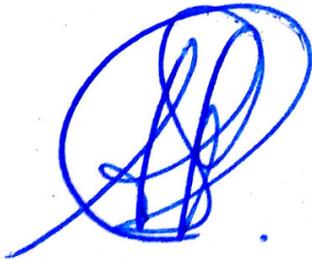
Armónicos esféricos

Iluminación y modelado 3D

Bibliografía para el desarrollo matemático de la propuesta:

- [1] MacRobert, T.M. Spherical harmonics: An elementary treatise on harmonic functions, with applications, Pergamon Press.
- [2] Dunkl, C. F., and Xu, Y. 2014. Orthogonal polynomials of several variables. Second edn. Encyclopedia of Mathematics and its Applications, vol. 155. Cambridge University Press.
- [3] M. Jallouli, W. B. Khalifa Belhadj, A B. Mabrouk, M. A. Spherical harmonics entropy for optimal 3D modeling, ArXiv (2018)

Otras referencias (si procede):



Firma del estudiante
(solo para trabajos propuestos por alumnos)

Firma del responsable de tutorización
(solo para trabajos propuestos por estudiantes)

Firma del responsable de cotutorización
(solo para trabajos propuestos por estudiantes)

En, Granada, a 18 de mayo de 2021