



## Propuesta de Trabajo Fin de Grado en Matemáticas (curso 2021-2022)

*Responsable de tutorización:* Miguel Ángel Piñar González  
*Departamento:* Matemática Aplicada  
*Correo electrónico:* mpinar@ugr.es

*Responsable de cotutorización:*  
*Departamento:*  
*Correo electrónico:*

*(Rellenar sólo en caso de que la propuesta esté realizada a través de un estudiante)*  
*Estudiante que propone el trabajo:* María Fernández Molina

*Título del trabajo:* Sistemas tipo Zernike para aperturas no circulares

*Tipología del trabajo (marcar una o varias de las siguientes casillas):*

- Complementario de profundización
- Divulgación de las Matemáticas
- Docencia e innovación
- Herramientas informáticas
- Iniciación a la investigación

*Materias del grado relacionadas con el trabajo:* Métodos Numéricos

*Descripción y resumen de contenidos:*

Los polinomios de Zernike se utilizan comúnmente para representar la fase del frente de onda en aberturas ópticas circulares, ya que forman una base completa y ortonormal en el disco unidad. En este trabajo estudiamos una generalización de esta base de Zernike para una variedad de importantes aberturas ópticas, prestando especial atención a los polígonos y las facetas poligonales presentes en los telescopios de espejos segmentados. Al contrario de las soluciones ad hoc, la mayoría de ellas basadas en el método de ortonormalización de Gram-Smith, aquí consideramos un difeomorfismo a trozos que transforma el disco unitario en el polígono considerado. Usamos este difeomorfismo para definir un sistema ortonormal similar al de Zernike sobre el polígono. Esta generalización, basada en la deformación en el plano de las funciones básicas, proporciona una solución única, y lo que es más importante, garantiza un nivel razonable de invariancia de las propiedades matemáticas y el significado físico de las funciones de base iniciales

*Actividades a desarrollar:*

Determinación de las funciones ortonormales para una pupila no circular a partir de los polinomios de Zernike. Se estudiarán tanto la forma general como las expresiones explícitas para un ejemplo típico de apertura óptica de un telescopio. Analizaremos el condicionamiento de la matriz de Gram asociada al problema de aproximación por mínimos cuadrados de una superficie sobre un dominio no circular.

<i>Objetivos matemáticos planteados</i>
Estudio de los Polinomios de Zernike
Funciones ortonormales para una pupila no circular
Análisis del condicionamiento de la matriz de Gram

*Bibliografía para el desarrollo matemático de la propuesta:*

[1] Chelo Ferreira, José L. López, Rafael Navarro, and Ester Pérez Sinusía; “Zernike-like systems in polygons and polygonal facets”. Applied Optics Vol. 54, Issue 21, pp. 6575-6583 (2015).

[2] R. J. Noll, “Zernike polynomials and atmospheric turbulence,” J. Opt. Soc. Am. 66, 207–211 (1976).

[3] R. A. Horn and C. R. Johnson, Matrix Analysis, 2nd ed. (Cambridge, 2013), p. 441.

*Otras referencias (si procede):*



Firma del estudiante  
(solo para trabajos propuestos por alumnos)

Firma del responsable de tutorización  
(solo para trabajos propuestos por estudiantes)

Firma del responsable de cotutorización  
(solo para trabajos propuestos por estudiantes)

En, Granada, a 17 de mayo de 2021