



Propuesta de Trabajo Fin de Grado en Matemáticas (curso 2021–2022)

<i>Responsable de tutorización:</i> Juan José Nieto Muñoz <i>Departamento:</i> Matemática Aplicada <i>Correo electrónico:</i> jjmnieto@ugr.es
<i>Corresponsable de tutorización:</i> Óscar Sánchez Romero <i>Departamento:</i> Matemática Aplicada <i>Correo electrónico:</i> ossanche@ugr.es
<i>(Rellenar sólo en caso de que la propuesta esté realizada a través de un estudiante):</i> <i>Estudiante que propone el trabajo:</i> Anabel Galindo Pérez

<i>Título del trabajo:</i> Teorema de representación de Riesz para $C_0(\mathbb{R})'$ y aplicaciones a EDPs. <i>Número de créditos:</i> <input type="checkbox"/> 6 ECTS <input checked="" type="checkbox"/> 12 ECTS
<i>Tipología del trabajo (marcar una de las siguientes casillas):</i> <input checked="" type="checkbox"/> <i>Complemento de profundización</i> <input type="checkbox"/> <i>Divulgación de las Matemáticas</i> <input type="checkbox"/> <i>Docencia e innovación</i> <input type="checkbox"/> <i>Herramientas informáticas</i> <input type="checkbox"/> <i>Iniciación a la investigación</i>
<i>Materias del grado relacionadas con el trabajo:</i> Modelos Matemáticos II, Análisis II, Ecuaciones en Derivadas Parciales
<i>Descripción y resumen de contenidos:</i> Cuando nos enfrentamos al estudio de ecuaciones de evolución en derivadas parciales que aparecen tanto en la literatura Matemática como Mecánica o Biología, es muy habitual obtener propiedades de conservación “naturales” debido al origen mismo del modelo, y que son demostrables <i>antes</i> incluso de establecer la existencia y/o unicidad de solución de las mismas. Estas conservaciones o estimaciones <i>a priori</i> , desde el punto de vista matemático, suelen tener una interpretación equivalente en términos topológicos, y es que las soluciones de estas EDPs deben ser buscadas en conjuntos acotados de ciertos espacios funcionales. En muchos casos estas acotaciones producen propiedades de compacidad que, a la postre, resultan de gran utilidad a la hora de establecer el buen planteamiento del modelo bajo estudio. El problema que pretende abordar este TFG es el de sintetizar el (largo) camino existente desde el análisis teórico hasta la aplicación. En concreto, para que una simple EDP en forma de <i>ley de conservación</i> , que suele conllevar una estimación <i>a priori</i> en L^1 , pueda usarse como herramienta de compacidad para establecer una convergencia de soluciones aproximadas <i>en medidas</i> , el estudiante debe recorrer un camino que va desde el estudio de espacios vectoriales topológicos y topologías duales en general, pasando por el estudio de teoría de la medida en particular y de representación de medidas como operadores sobre $C_0(\mathbb{R})$ (que es el eje central que da título a esta propuesta de TFG), para finalmente aplicar ciertos teoremas de compacidad débil y poder concluir la convergencia de un cierto esquema aproximativo y, con ello, resolver su ecuación diferencial. <p style="text-align: right;"><i>(Continúa en página siguiente)</i></p>

Descripción – (continuación)

Por ello, se pretenden sintetizar todos los conocimientos necesarios provenientes de distintas asignaturas sobre topología, medidas, densidades y ecuaciones y, desde ellos, completar con los resultados imprescindibles, principalmente provenientes de teoría de la medida, para lograr ejemplificar como desde una acotación en norma L^1 se puede obtener un cierto tipo de convergencia a una medida que resulte ser la solución única del modelo bajo estudio.

Actividades a desarrollar:

Revisión estructurada de los resultados del grado vinculados a espacios vectoriales topológicos y subespacios densos, medidas y compacidad.
Búsqueda bibliográfica para completar estos resultados con otros provenientes de teoría de la medida y leyes de conservación y redacción conjunta de todos los resultados obtenidos.
Aplicar los resultados de compacidad aprendidos a ejemplos de resolución de EDPs en forma de ley de conservación escalar.

Objetivos

Recopilar y unificar los resultados estudiados en el grado provenientes de diversas áreas de conocimiento con un objetivo aplicado concreto.

Fomentar la capacidad de la estudiante para búsqueda bibliográfica.

Asentar resultados sobre medidas y topologías desde el punto de vista de sus aplicaciones.

Bibliografía para el desarrollo matemático de la propuesta:

- [1] H. BAUER, *Probability theory and elements of measure theory*, (Holt, Rhinehart and Winston, Inc., New York, 1968).
- [2] H. BRÉZIS, *Análisis funcional. Teoría y aplicaciones*, (Alianza Ed, S.A., Madrid, 1984).
- [3] J. NIETO, Hydrodynamical limit for a drift-diffusion system modeling large-populations dynamics, *J. Math. Anal. Appl.* 291, (2004), 716–726.

Firma de la estudiante
(sólo para trabajos propuestos por estudiantes)



Firma del responsable de tutorización
(sólo para trabajos propuestos por estudiantes)



Firma del corresponsable de tutorización
(sólo para trabajos propuestos por estudiantes)



En Granada, a 19 de mayo de 2021.