Propuesta de Trabajo Fin de Grado en Matemáticas (curso 2021-2022)

Responsable de tutorización: Eduardo Nieto Arco
Departamento: Análisis Matemático
Área de conocimiento: Análisis Matemático

Responsable de cotutorización:
Departamento:
Área de conocimiento:

(Rellenar sólo en caso de que la propuesta esté realizada a través de un estudiante)
Estudiante que propone el trabajo:

Título del trabajo: INTRODUCCIÓN A LOS M-IDEALES

Tipología del trabajo (marcar una o varias de las siguientes casillas):

X Complementario de profundización
☐ Divulgación de las Matemáticas
☐ Docencia e innovación
☐ Herramientas informáticas
X Iniciación a la investigación

Materias del grado relacionadas con el trabajo: Cálculo I y II, Análisis Matemático I y II, Topología I, Análisis Funcional.

Descripción y resumen de contenidos:

En el año 1972, E. M. Alfsen y E. G. Effros introdujeron el concepto de M-ideal en un artículo capital titulado *"Structure in real Banach spaces"*. Especialmente interesante resulta la clase de los espacios de Banach que son M-ideales de su bidual. Esta clase ha sido ampliamente estudiada por la llamada *escuela de Berlín* (E. Behrends, P. Harmand, D. Werner, W. Werner...) e investigadores de prestigio, tales como de G. Godefroy, N. J. Kalton, A. Lima, E. Oja, entre otros.

Los M-ideales gozan de muchas e interesantes propiedades isométricas e isomórficas. Así por ejemplo, todo M-ideal es un espacio de Asplund, es WCG (débilmente compactamente generado), tiene la propiedad (u) y (V) de Pelczynski, la propiedad U de Phelps, es proximinal en su bidual, todo isomorfismo isométrico de su bidual es el bitranspuesto de un isomorfismo isométrico del propio espacio, etc.

Igualmente es amplio el estudio de dicha clase dentro del marco de los espacios de operadores compactos, donde se observa la estrecha relación existente entre las propiedades de aproximación y el hecho de que K(X) sea un M-ideal de L(X), siendo X un espacio de Banach.

Una gran familia de generalizaciones surge a partir de la noción de M-ideal. Son de destacar aquéllas que aparecen en términos de la proyección canónica. De especial interés son las nociones de HB-subespacio y propiedad U, introducidas y estudiadas, respectivamente, por J. Hennefeld y R. Phelps. De mayor interés si cabe resulta ser el concepto de u-ideal introducido por P. G. Cassaza y N. J. Kalton.

Actividades a desarrollar:

- Localizar en la bibliografía propuesta, los conceptos y resultados a tener en cuenta.
- Organizar los resultados y conceptos para que el trabajo sea auto-contenido.
- Desarrollar el contenido, completando aquellos aspectos que lo requieran.

Objetivos matemáticos planteados
Descripción general de los M-ideales y de sus propiedades elementales y de conceptos tales como L-sumando, espacio de Asplund, WCG, propiedad de Radon-Nikodym (RNP), proximinalidad, HB-subespacio, etc.
Estudiar los M-ideales dentro de los espacios de operadores compactos y su relación con las propiedades de aproximación.

Bibliografía para el desarrollo matemático de la propuesta:

- P. G. Casazza and N. J. Kalton, *Notes on approximation properties in separable Banach spaces*. P. F. X. Müller and W. Schachermayer, editors, *Geometry of Banach Spaces*, Proc. Conf. Strobl 1989, London Mathematical Society. Lecture Note Series 158, pp. 49-63. Cambridge University Press, 1990.
- J. Diestel, *Geometry of Banach Spaces-Selected Topics*. Lecture Notes in Math. 485. Springer, Berlin-Heidelberg-New York, 1975.
- J. Diestel and J. J. Uhl, *Vector Measures*. Mathematical Surveys 15. American Mathematical Society, Providence, Rhode Island, 1977.
- M. Fabian and G. Godefroy, *The dual of every Asplund space admits a projectional resolution of the identity*. Studia Math. **91** (1988) 141-151.
- M. Fabian et al, *Functional Analysis and Infinite-Dimensional Geometry.* Springer-Verlag, New York, 2001.
- G. Godefroy and D. Li, *Banach spaces which are M-ideals in their bidual have property (u)*. Ann. Inst. Fourier, Grenoble **39** (1989) 361-371.
- G. Godefroy and P. Saab, *Weakly unconditionally convergent series in M-ideals*. Math. Scand. **64** (1989) 307-318.
- G. Godefroy, N. J. Kalton and P. D.Saphar, *Unconditional ideals in Banach spaces*. Studia Math. **104 (1)** (1993) 13-59.
- P. Harmand, D. Werner and W. Werner, *M-ideals in Banach Spaces and Banach Algebras*. Lecture Notes in Math. 1547. Springer, Berlin-Heidelberg-New York, 1993.
- J. Hennefeld, *M-ideals, HB-subspaces, and compact operators*. Indiana Univ. Math. J. **28** (1979) 927-934.
- W. B. Johnson and J. Lindenstrauss, ed., Handbook of the Geometry of Banach Spaces, Vol. I. Elsevier Science B. V., Amsterdam, 2001.
- W. B. Johnson and J. Lindenstrauss, ed., Handbook of the Geometry of Banach Spaces, Vol. II. Elsevier Science B. V., Amsterdam, 2003.
- N. J. Kalton, *M-ideals of compact operators*. Illinois J. Math. **37** (1993) 147-169.
- A. Lima, *On M-ideals and best approximation*. Indiana Univ. Math. J. **31** (1982) 27-36.
- R. E. Megginson, *An Introduction to Banach Space Theory.* Graduate Texts in Mathematics 183, Springer-Verlag, New York, 1998.
- R. R. Phelps, *Uniqueness of Hahn-Banach extensions and unique best approximation.* Trans. Amer. Math. Soc. **95** (1960) 238-255.

Otras referencias (si procede):

Firma del estudiante
(solo para trabajos propuestos por alumnos)

Firma del responsable de tutorización
(solo para trabajos propuestos por estudiantes)

Firma del responsable de cotutorización
(solo para trabajos propuestos por estudiantes)

En, Granada, a de de 2021