Propuesta de Trabajo Fin de Grado en Matemáticas (curso 2021–2022)

Responsable de tutorización: PASCUAL JARA MARTÍNEZ
Departamento: ÁLGEBRA
Correo electrónico: pjara@ugr.es

Responsable de cotutorización:
Departamento:
Correo electrónico:

(Rellenar sólo en caso de que la propuesta esté realizada a través de un estudiante):
Estudiante que propone el trabajo: MARINA MALAGÓN DELGADO

Título del trabajo: OPERADORES DE DIMENSIÓN

Tipología del trabajo (marcar una de las siguientes casillas):

☒ *Complemento de profundización*
☐ *Divulgación de las Matemáticas*
☐ *Docencia e innovación*
☐ *Herramientas informáticas*
☒ *Iniciación a la investigación*

Materias del grado relacionadas con el trabajo:
Álgebra II; Álgebra III; Álgebra conmutativa y computacional.

Descripción y resumen de contenidos:

Dados dos cuerpos $F \supseteq K$, siendo K un subcuerpo, estamos interesados en las propiedades que podemos deducir de F a partir de las de K. Si consideramos una indeterminada X sobre K, el anillo de polinomio $K[X]$ y su cuerpo de fracciones $K(X)$, tenemos una situación $K(X) \supseteq K$, como la descrita al inicio. En este caso parece que el comportamiento de $K(X)$ es independiente del de K; en efecto, la extensión $K(X)/K$ es una extensión trascendente con grado de trascendencia uno, muy alejada de las extensiones algebraicas que hemos estudiado. En este nuevo contexto, vamos a comprobar que existe una teoría de interés para este tipo de extensiones, y que éstas son de aplicación en otros curso de Álgebra Avanzada. Haremos un estudio de los diversos tipos de extensiones trascendentes, y desarrollaremos una teoría de la dimensión (a la Steinitz) para este tipo de extensiones; teoría que comprobaremos que es ubicua en otros campos de la Matemática, y que aquí estudiaremos de forma efectiva, comprobando que está íntimamente ligada la axiomática de la Teoría de Conjuntos.

Actividades a desarrollar:

1. Se estudiará la teoría de la dimensión abstracta de Steinitz, y el ejemplo de los espacios vectoriales de dimensión finita e infinita.
2. Se aplicará la teoría de la dimensión a extensiones de cuerpos, obteniendo las bases de trascendencia y el grado de trascendencia de una extensión.
3. Extensiones separables y derivaciones sobre cuerpos.
4. Aplicaciones al Álgebra Conmutativa y la Geometría Algebraica.

Objetivos matemáticos planteados
Obtener una teoría de dimensión abstracta y comprobar que es ubicua en varios contextos.
Estudio de extensiones trascendentes como continuación del estudio realizado en el grado sobre ecuaciones algebraicas.
Comprobar las aplicaciones a otras disciplinas como el Álgebra Conmutativa y la Geometría Algebraica.

Bibliografía

[1] J. R. BASTIDA, *Field extensions and Galois theory.* Encyclopedia of Mathematics and its applications, vol. 22. Addison–Wesley, Reading (1984).

[2] P. M. COHN, *Classic Algebra.* Addison–Wiley, Reading (2000).

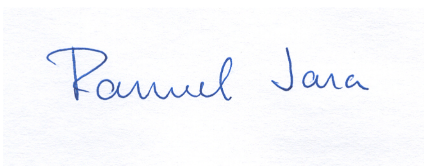
[3] S. LANG, *Algebra*, Addison-Wesley 3rd Edition (1993), Springer (2002) (Español: Algebra 1^a ed.,Aguilar (1971)).

[4] H. MATSUMURA, *Commutative algebra.* Benjamin (1980).

[5] J. S. MILNE, *Fields and Galois theory.* (2020) (https://www.jmilne.org/math/CourseNotes/FT.pdf)

[6] E. STEINITZ, Algebraische Theorie der Körper (*Algebraic Theory of Fields*). *J. Reine Angew. Math.* **137** (1910), 167–309.

Incluir una bibliografía para el desarrollo matemático de la propuesta y un listado de "referencias complementarias" (si procede).



Firma del estudiante *Firma del responsable de tutorización*

En Granada, a 16 de mayo de 2021.