



Propuesta de Trabajo Fin de Grado en Matemáticas (curso 2021–2022)

<i>Responsable de tutorización:</i> PASCUAL JARA MARTÍNEZ <i>Departamento:</i> ÁLGEBRA <i>Correo electrónico:</i> pjara@ugr.es
<i>Responsable de cotutorización:</i> <i>Departamento:</i> <i>Correo electrónico:</i>
<i>(Rellenar sólo en caso de que la propuesta esté realizada a través de un estudiante):</i> <i>Estudiante que propone el trabajo:</i>

<i>Título del trabajo:</i> ANILLOS CONMUTATIVOS DE DIMENSIÓN CERO
<i>Tipología del trabajo (marcar una de las siguientes casillas):</i> <input checked="" type="checkbox"/> <i>Complemento de profundización</i> <input type="checkbox"/> <i>Divulgación de las Matemáticas</i> <input type="checkbox"/> <i>Docencia e innovación</i> <input type="checkbox"/> <i>Herramientas informáticas</i> <input checked="" type="checkbox"/> <i>Iniciación a la investigación</i>
<i>Materias del grado relacionadas con el trabajo:</i> Álgebra lineal; Álgebra II; Álgebra III; Álgebra Moderna; Álgebras, Grupos y Representaciones.
<i>Descripción y resumen de contenidos:</i> En el estudio de anillos conmutativos una de las herramientas que permite una clasificación es la dimensión. Desde este punto de vista los anillos más sencillos son los de dimensión cero. Un ejemplo de anillo de dimensión cero es un cuerpo, pero existen muchos otros ejemplos, como el producto finito o infinito de cuerpos, cualquier cociente propio de \mathbb{Z} , el anillo de los números enteros, ... Conocer y clasificar este tipo de anillos es de interés. Por ejemplo, sabemos que cada dominio de integridad de dimensión cero es un cuerpo, y también que todo anillo artiniiano es de dimensión cero, por lo que todo dominio artiniiano es un cuerpo. El objetivo del trabajo es estudiar ejemplos de anillos de dimensión cero, y avanzar en una clasificación elemental de los mismos. Conocemos que si K es un cuerpo, entonces $K \times K$ es un anillo euclídeo (AE), y por tanto un anillo de ideales principales (AIP); en consecuencia, algunos anillos de dimensión cero son AIP ¿Ayudan resultados como éste a encontrar la clasificación buscada? También estamos interesados en describir los anillos de dimensión cero como cocientes de dominios (de dimensión uno), como ocurre con los cocientes propios de \mathbb{Z} , lo que nos podría ayudar en la búsqueda de esta clasificación. Finalmente, el estudio de un anillo a través de sus módulos es una herramienta ampliamente utilizada; su aplicación al problema aquí planteado, aunque se ha utilizado en algunos trabajos, no es la herramienta más utilizada. Trataremos de estandarizar su uso en relación a este problema.

Actividades a desarrollar:

1. Se recopilará la teoría básica sobre dimensión en anillos conmutativos.
2. Se establecerán los resultados elementales sobre anillos de dimensión cero.
3. Estudio de los anillos artinianos como ejemplo.
4. Otros ejemplos de anillos de dimensión cero.
5. Módulos sobre anillos de dimensión cero.

Objetivos matemáticos planteados

Teoría básica sobre dimensión en anillos conmutativos.

Resultados elementales sobre anillos de dimensión cero.

El ejemplo de los anillos artinianos.

Otros ejemplos de anillos de dimensión cero.

Módulos sobre anillos de dimensión cero.

Bibliografía

[1] ANDERSON DOBBS, *Zero-dimensional commutative rings*, (1995).

[2] ATIYAH MACDONALD, *Introduction to commutative algebra*, (1969).

[3] HUCKABA, *Commutative rings with zero divisors*, (1988).

[4] KAPLANSKY, *Commutative rings*, (1974).

[5] KOBIN, *Commutative Algebra*, (2016).

[6] MILNE, *A primer of commutative algebra*, (2013).

[7] ROWEN, *Graduate Algebra. Commutative View*, (2006).

Incluir una bibliografía para el desarrollo matemático de la propuesta y un listado de “referencias complementarias” (si procede).

Firma del estudiante

Firma del responsable de tutorización

En Granada, a 25 de mayo de 2021.