



Propuesta de Trabajo Fin de Grado en Matemáticas (curso 2021-2022)

Responsable de tutorización: PEDRO GONZÁLEZ RODELAS
Departamento: MATEMÁTICA APLICADA
Correo electrónico: prodelas @ugr.es

Responsable de cotutorización: VICTORIANO RAMÍREZ GONZÁLEZ
Departamento: MATEMÁTICA APLICADA
Correo electrónico: vramirez @ugr.es

(Rellenar sólo en caso de que la propuesta esté realizada a través de un estudiante)
Estudiante que propone el trabajo:

Título del trabajo: TÉCNICAS NUMÉRICAS DE TIPO VARIACIONAL Y DE COLOCACIÓN PARA PROBLEMAS DE CONTORNO NO-LINEALES

Tipología del trabajo (marcar una o varias de las siguientes casillas):

- X Complementario de profundización
- X Divulgación de las Matemáticas
- Docencia e innovación
- X Herramientas informáticas
- X Iniciación a la investigación

Materias del grado relacionadas con el trabajo:
MÉTODOS NUMÉRICOS. APROXIMACIÓN, ANÁLISIS NUMÉRICO DE EDPs

Descripción y resumen de contenidos:

- Existen numerosas técnicas de tipo variacional que son usadas para obtener aproximaciones numéricas de funciones, o bien de las soluciones de Ecuaciones Diferenciales Ordinarias (EDOs) y en Derivadas Parciales (EDPs), con sus correspondientes condiciones iniciales y/o de contorno, y por supuesto no todas se pueden ver a lo largo del Grado en Matemáticas.
- A través de la revisión y profundización de los conocimientos del Cálculo de Variaciones fundamentales, se desarrollarán diversas aplicaciones prácticas relacionadas con la aproximación numérica de soluciones de EDOs y EDPs provenientes de la Física y la Ingeniería mediante las denominadas técnicas de tipo Ritz-Galerkin. También se verán ciertas “técnicas de tipo colocación”.
- Partiendo de problemas de interpolación unisolventes en una variable, y en particular de las correspondientes funciones splines, se pasará también a considerar el caso bivariado y en general multivariado, para la construcción de espacios aproximantes adecuados.
- La parte numérica irá acompañada de la programación de los algoritmos que se establezcan para los diferentes problemas de aproximación que se van a abordar, como puede ser el cálculo de estructuras y teoría de elasticidad, o bien la simulación de sistemas biológicos complejos, etc.
- El desarrollo de estas aplicaciones concretas se hará pues usando un lenguaje de programación determinado, así como el software de apoyo adecuado.

Actividades a desarrollar:

- *Revisión bibliográfica de los temas y técnicas a tratar.*
- *Puesta en común con los tutores de aquellas dudas y lagunas que pudiera haber, según la formación previa del alumno.*
- *Desarrollo teórico del contenido del TFG y escritura del mismo mediante un procesador de textos adecuado.*
- *Implementación en ordenador, en un lenguaje de programación apropiado, de los algoritmos correspondientes a los métodos y técnicas estudiadas.*
- *Experimentación numérica, usando los algoritmos implementados para la resolución de problemas concretos provenientes de la Física y/o la Ingeniería.*
- *Revisión de todos estos resultados experimentales e inclusión en la correspondiente memoria final a presentar a la Comisión Docente de la Titulación, una vez terminado el trabajo.*

Objetivos matemáticos planteados

Revisión y estudio de las correspondientes formulaciones variacionales asociadas a diferentes problemas matemáticos.

Planteamiento y formulación de problemas concretos, tanto de tipo lineal como no lineal.

Revisión de numerosos tipos de elementos finitos (E.F.), tanto en una como en varias variables, construcción de los correspondientes espacios aproximantes y estudio de la regularidad de los mismos.

Consideración de ciertas “técnicas de colocación” apropiadas al tipo de problema.

Consideraciones prácticas de implementación y eficiencia de los métodos numéricos necesarios para la resolución de los sistemas, lineales o no lineales, que hay que resolver para la obtención de las aproximaciones correspondientes.

Validación final de los resultados, con estimaciones de error o mediante comparación con soluciones exactas en casos concretos, así como mediante el uso de representaciones gráficas adecuadas. Para ello también se podrá usar cierto software específico que nos ayude en el proceso de discretización (triangulación del dominio), resolución efectiva del problema, y la posterior visualización de resultados.

Bibliografía para el desarrollo matemático de la propuesta:

- Brenner, S.C; Ridgway-Scott, L, The Mathematical Theory of Finite Elements Methods (Second Ed.), Springer (2002).
- Brézis, H.: Functional Analysis, Sobolev Spaces and Partial Differential Equations. Springer (2011).
- Ciarlet, P.G. The Finite Element Method for Elliptic Problems, SIAM Classics In Applied Mathematics 40 (2002).
- Johnson C., Numerical solutions of partial differential equations by the finite element method, Cambridge University Press (1987).
- Langtangen, H.P.; Mardal, K.A, Introduction to Numerical Methods for Variational Problems (2016).
- Raviart P. A.; Thomas, J. M., Introduction a l'Analyse Numerique des Equations aux

Derivees Partielles, [SEP] Masson, París (1988).

- Thompson, E. G.: Introduction to the Finite Element Method: Theory, Programming and Applications, Wiley (2005).

Otras referencias (si procede):

- Manual de Freefem++ ([Introduction \(freefem.org\)](http://freefem.org))
- Ramírez, V; Barrera, D.; Pasadas M.; González P.: Cálculo numérico con Mathematica, Ariel Ciencia (2001).

Firma del estudiante
(solo para trabajos propuestos por alumnos)

Firma del responsable de tutorización
(solo para trabajos propuestos por estudiantes)

Firma del responsable de cotutorización
(solo para trabajos propuestos por estudiantes)

En, Granada, a 20 de mayo de 2021