



## Propuesta de Trabajo Fin de Grado del Doble Grado en Física y Matemáticas (curso 2021-22)

*Responsable de tutorización:* David Arcoya Álvarez

*Correo electrónico:* darcoya@ugr.es

*Departamento:* Análisis Matemático

*Área de conocimiento:* Análisis Matemático

*Responsable de cotutorización:*

*Correo electrónico:*

*Departamento:*

*Área de conocimiento:*

*(Rellenar solo en caso de que la propuesta sea de un estudiante):*

*Estudiante que propone el trabajo:* José Antonio Lucas Manchón

*Título:* Ecuación de Lorentz en Relatividad Especial

*Número de créditos:*  6 ECTS  12 ECTS

*Tipología del trabajo (marcar las casillas que correspondan):*

- 1. Revisiones y/o trabajos bibliográficos sobre el estado actual de aspectos específicos relacionados con la titulación
- 2. Estudio de casos, teóricos o prácticos, relacionados con la temática de la titulación, a partir de material disponible en los centros
- 3. Trabajos experimentales, de toma de datos de campo, de laboratorio, etc.
- 4. Elaboración de nuevas prácticas de laboratorio
- 5. Elaboración de un informe o un proyecto en el ámbito del grado de naturaleza profesional
- 6. Trabajos relacionados con las prácticas externas

*Descripción y resumen de contenidos:*

Se estudiará la existencia y multiplicidad de soluciones de la ecuación de Lorentz

$$\left( \frac{q'}{\sqrt{1 - |q'|^2}} \right)' = E(t, q) + q' \times B(t, q)$$

con condiciones en el borde de tipo periódicas o de tipo Dirichlet. En Relatividad Especial, esta ecuación modela el movimiento de un electrón acelerado lentamente bajo la influencia de un campo eléctrico  $E$  y un campo magnético  $B$ . La técnica que se seguirá se basa en mostrar que las soluciones son los puntos críticos en el sentido de Szulkin de la correspondiente acción lagrangiana de Poincaré.

**Resumen de Contenidos:**

- Resumen de la teoría de puntos críticos para funcionales semicontinuos inferiormente.
- Aplicaciones a la ecuación de Lorentz.
  - Principio de acción mínima.
  - Soluciones de paso de Montaña.
  - Método de Lusternik-Schnirelman: Existencia de multiples soluciones periódicas y existencia de multiples soluciones del problema de Dirichlet.

*Actividades a desarrollar:*

En un primera fase, el estudiante estudiará paulatinamente los trabajos de la bibliografía. Dicho estudio será discutido cada dos semanas con el tutor del TFG.

Completado el estudio, en su segunda fase, el estudiante redactará su memoria que constará de los siguientes capítulos:

- Capítulo 1: Resumen de la teoría de puntos críticos para funcionales semicontinuos inferiormente.
- Capítulo 2: Introducción histórica de la ecuación de Lorentz en Relatividad Especial.
- Capítulo 3: Aplicaciones via principio de minimización o via teorema de paso de montaña.
- Capítulo 4: Existencia de multiples soluciones via el método de Ljusternik-Schnirel'mann.

*Objetivos planteados*

*Objetivo 1:* Leer el trabajo [3] y redactar un resumen (ampliado por los resultados abstractos de [1, 2]) de la teoría de puntos críticos para funcionales semicontinuos inferiormente.

*Objetivo 2:* Introducción histórica de la ecuación de Lorentz en Relatividad Especial.

*Objetivo 3:* Aplicaciones via principio de minimización o via teorema de paso de montaña dadas en [1].

*Objetivo 4:* Existencia de múltiples soluciones dada en [2].

***Bibliografía***

- [1] D. ARCOYA, C. BEREANU, P. J. TORRES, Critical point theory for the Lorentz force equation, *Arch. Rational Mech. Anal.* **232** (2019), 1685–1724.
- [2] D. ARCOYA, C. BEREANU, P. J. TORRES, Lusternik-Schnirelman theory for the action integral of the Lorentz force equation, *Calc. Var.* **59**, 50 (2020). <https://doi.org/10.1007/s00526-020-1711-0>.
- [3] A. SZULKIN, Minimax principles for lower semicontinuous functions and applications to nonlinear boundary value problems, *Ann. I.H.P. Anal. Nonlineaire (C)*, **3** (1986), 77–109.

*(Firmar solo en caso de trabajos propuestos por estudiantes)*

*Firma del estudiante*

*Firma del responsable de tutorización*

*Firma del responsable de cotutorización*

En Granada, a 14 de mayo de 2021.