

# Propuesta de Trabajo Fin de Grado del Doble Grado en Física y Matemáticas (curso 2021–22)

Responsable de tutorización: Armando R. Villena Muñoz
Correo electrónico: avillena@ugr.es
Departamento: Análisis Matemático
Área de conocimiento: Análisis Matemático
Responsable de cotutorización:
Correo electrónico:
Departamento:
Área de conocimiento:
(Rellenar sólo en caso de que la propuesta esté realizada a través de un estudiante):
Estudiante que propone el trabajo: Gerardo Martín Escolano

Título: Álgebras de operadores en mecánica cuántica
Número de créditos: $\square$ 6 ECTS $\boxtimes$ 12 ECTS
Tipología del trabajo (marcar las casillas que correspondan):
$\boxtimes$ 1. Revisiones y/o trabajos biliográficos sobre el estado actual de aspectos específicos relacionados con la
titulación
$\boxtimes$ 2. Estudio de casos, teóricos o prácticos, relacionados con la temática de la titulación, a partir de material
disponible en los centros
□ 3. Trabajos experimentales, de toma de datos de campo, de laboratorio, etc.
☐ 4. Elaboración de nuevas prácticas de laboratorio
$\square$ 5. Elaboración de un informe o un proyecto en el ámbito del grado de naturaleza profesional
☐ 6. Trabajos relacionados con las prácticas externas
Descripción y resumen de contenidos:

Las álgebras de operadores ( $C^*$ -álgebras y álgebras de von Neumann) son un objeto fundamental en muy diversas e importantes áreas de las matemáticas como son el análisis armónico abstracto, la integración no conmutativa y la geometría no conmutativa. Estas álgebras también constituyen un instrumento básico para formalizar adecuadamente diversos fenómenos tanto teóricos como experimentales que aparecen en el ámbito de la mecánica cuántica. En este trabajo de fin de grado se pretende desarrollar la teoría básica de las  $C^*$ -álgebras y las álgebras de von Neumann y aplicar esta teoría en el seno de la mecánica cuántica.

### Actividades a desarrollar:

- 1. Examinar los textos fundamentales que estudian las álgebras de operadores y profundizar en aquellos aspectos que sean relevantes para este trabajo:  $C^*$ -álgebras, estados y representaciones, teorema de Gelfand-Naimark-Segal; álgebras de von Neumann, diferentes topologías, estados normales; resolución espectral y cálculo funcional.
- 2. Examinar los textos fundamentales que conectan las álgebras de operadores con la mecánica cuántica. Seleccionar algunas aplicaciones significativas de la teoría matemática en el ámbito de la mecánica cuántica.

## Objetivos planteados

- 1. Presentar la teoría básica de las  $C^*$ -álgebras y las álgebras de von Neumann.
- 2. Presentar algunas aplicaciones ilustrativas de la teoría desarrollada en el ámbito de la mecánica cuántica.

# Bibliografía

- [1] O. Bratteli, W. D. Robinson, Operator algebras and quantum statistical mechanics. 1. C\*- and W\*-algebras, symmetry groups, decomposition of states. Texts and Monographs in Physics. Springer-Verlag, New York, 1987.
- [2] O. Bratteli, D. W. Robinson, Operator algebras and quantum statistical mechanics. 2. Equilibrium states. Models in quantum statistical mechanics. Texts and Monographs in Physics. Springer-Verlag, Berlin, 1997.
- [3] G. G. Emch, Mathematical and conceptual foundations of 20th-century physics. North-Holland Mathematics Studies, 100. North-Holland Publishing Co., Amsterdam, 1984.
- [4] R. V. Kadison, J. R. Ringrose, Fundamentals of the theory of operator algebras. I, II. Pure and Applied Mathematics, 100. Academic Press, Inc., New York, 1983.
- [5] V. Moretti, Spectral theory and quantum mechanics. Mathematical foundations of quantum theories, symmetries and introduction to the algebraic formulation. Unitext, 110. La Matematica per il 3+2. Springer, Cham, 2017.
- [6] V. Moretti, Fundamental mathematical structures of quantum theory. Spectral theory, foundational issues, symmetries, algebraic formulation. Springer, Cham, 2019.
- [7] J. von Neumann, *Mathematical foundations of quantum mechanics*. Princeton University Press, Princeton, NJ, 2018.
- [8] M. Takesaki, *Theory of operator algebras. I.* Encyclopaedia of Mathematical Sciences, 124. Operator Algebras and Non-commutative Geometry. Springer-Verlag, Berlin, 2002.

Firma del estudiante (sólo para trabajos propuestos por estudiantes) Firma del responsable de tutorización