



Propuesta de Trabajo Fin de Grado del Doble Grado en Física y Matemáticas (curso 2020-21)

<i>Responsable de tutorización:</i> Mariano Caruso <i>Departamento:</i> Estadística e Investigación Operativa
<i>Responsable de cotutorización:</i> Juan Carlos Ángulo <i>Departamento:</i> Física Atómica, Molecular y Nuclear <i>Área de conocimiento:</i> Física Atómica, Molecular y Nuclear
<i>(Rellenar sólo en caso de que la propuesta esté realizada a través de un estudiante):</i> <i>Estudiante que propone el trabajo:</i>

<i>Título:</i> Hacia una cuantificación de los procesos estocásticos
<i>Tipología del trabajo (marcar las casillas que correspondan):</i> <input type="checkbox"/> 1. Revisiones y/o trabajos bibliográficos sobre el estado actual de aspectos específicos relacionados con la titulación <input checked="" type="checkbox"/> 2. Estudio de casos, teóricos o prácticos, relacionados con la temática de la titulación, a partir de material disponible en los centros <input type="checkbox"/> 3. Trabajos experimentales, de toma de datos de campo, de laboratorio, etc. <input type="checkbox"/> 4. Elaboración de nuevas prácticas de laboratorio <input type="checkbox"/> 5. Elaboración de un informe o un proyecto en el ámbito del grado de naturaleza profesional <input type="checkbox"/> 6. Trabajos relacionados con las prácticas externas
<i>Descripción y resumen de contenidos:</i> Dadas dos disciplinas, mientras esperamos que una nueva idea transforme a alguna de estas áreas en cuestión, podemos mezclar conceptos estableciendo puentes entre ambas. Como corolario de ello tenemos la posibilidad de transitar en ambos sentidos trasladando interpretaciones y conceptos de una a otra. La teoría de la probabilidad fue axiomatizada principalmente por los trabajos de Kolmogorov, en la década del 30 del siglo pasado, utilizando teoría de la medida. Son de particular interés los procesos estocásticos <i>a la</i> Kolmogorov, pues son un buen modelo para gran variedad de sistemas físicos, químicos, biológicos, económicos, etc. Recientemente se ha dado una formulación variacional de estos procesos tal y como se hace en todas las grandes teorías en física: haciendo uso del cálculo variacional. Esta formulación nos lega una estructura simpléctica, i.e. una posible formulación geométrica de los procesos estocásticos. También es posible construir incluso un formalismo hamiltoniano e introducir herramientas potentes como los paréntesis de Poisson, muy útiles para construir invariantes, i.e. cantidades conservadas en el tiempo. Del concepto de probabilidad dependen otras teorías, en particular las teorías cuánticas. Cabe la pregunta sobre cuál es el tipo de teorías a las que se puede arribar utilizando el formalismo <i>path integral</i> sobre el lagrangiano que describe la teoría de procesos estocásticos de Kolmogorov

Actividades a desarrollar:

- Recopilación de bibliografía
- Estudiar la cuantificación de la teoría *clásica* de los procesos estocásticos de Kolmogorov para caracterizar la teoría emergente y verificar si se trata de algún tipo de teoría cuántica de los procesos estocásticos.

Objetivos planteados

Teoría de la probabilidad (Medio)

Procesos estocásticos (Medio)

Cálculo de variaciones (Alto)

Formulación Lagrangiana y Hamiltoniana (Alto)

Mecánica Cuántica (Alto)

Bibliografía

- [1] Elsgoltz, L., *Ecuaciones diferenciales y cálculo variacional*, Editorial MIR (1969).
- [2] Dirac, P. A., *Principles of Quantum Mechanics*. Oxford (1935).
- [3] Kolmogorov, A., *Über die analytischen Methoden in der Wahrscheinlichkeitsrechnung*. Math. Ann. **104** (1), 415 – 458 (1931). O bien *On Analytical Methods in Probability Theory*. Selected Works of A. N. Kolmogorov, Vol. II, Springer (1992).
- [4] Marsden, J., Ratiu, T., Abraham, R. *Manifolds, Tensor Analysis, and Applications*. Springer-Verlag (2010).
- [5] Kolmogorov, A., *Zur Theorie der Markoffschen Ketten*. Math. Ann. **112**, 155–160(1936). O bien *On the theory of Markov chains*. Selected Works of A. N. Kolmogorov, Vol. II, Springer (1992).
- [6] Landau, L. D., Lifshitz, E. M., *Curso de física teórica: Mecánica* Editorial Reverté (1994).
- [7] Caruso, M., *The principle of least action in stochastic processes*. Granada: Universidad de Granada, (2017). [<http://hdl.handle.net/10481/48334>]
- [8] Arnold, V. I., *Ordinary differential equations*, Springer-Verlag, (1992).
- [9] Arnold, V. I., *Mathematical Methods of Classical Mechanics*, Springer-Verlag, (1992).
- [10] Abraham, R., Marsden, J. *Foundations of mechanics*. Addison-Wesley Publishing Company Inc., (1987).
- [11] Feynman, R., Mathematical Formulation of the Quantum Theory of Electrodynamics Interaction. *Phys. Rev.* **80**, 3, 440 – 457 (1950).
- [12] Caruso, M. and Jarne, C. , Equivalent Markov processes under gauge group, . *Phys. Rev. E* **92**, 5 (2015).

(sólo para trabajos propuestos por estudiantes)

Firma del responsable de cotutorización

En Granada, a 8 de julio de 2020.